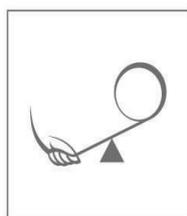


ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE PAULA FRASSINETTI



Pós graduação
TIC em Contextos de
Aprendizagem

A IMPORTÂNCIA DOS JOGOS NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Manuel Santos

Porto

2009/2010

Manuel Santos

**A IMPORTÂNCIA DOS JOGOS
NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA**

Pós Graduação TIC em Contextos de Aprendizagem

2010

Orientador: Rui Ramalho

O orientador: _____

Classificação final obtida (nota de júri): _____

Escola Superior de Educação Paula Frassinetti: ____ de Julho de 2010

DECLARAÇÃO

Nome: Manuel Joaquim Ferreira dos Santos

Nº. do B. I.: 3316218

Telem.: 934521580

e-mail: mfsantos@sapo.pt

Curso de Pós-Graduação:

TIC em Contextos de Aprendizagem

Ano de conclusão: **Junho de 2010**

Título da dissertação

A IMPORTÂNCIA DOS JOGOS NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Orientador:

Rui Ramalho

Declaro que concedo à Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti licença para tornar acessível através do seu repositório institucional, a minha tese ou trabalho de projecto. Retenho todos os direitos de autor relativos ao trabalho, tese ou dissertação, e o direito de a usar em trabalhos futuros (como artigos ou livros).

Assinatura: _____

Porto, ____ / 06 / 2010

Título:

A IMPORTÂNCIA DOS JOGOS NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Autor: **Manuel Joaquim Ferreira dos Santos**

E-mail: **mfsantos@sapo.pt**

Data: **Junho de 2010**

Orientador: **Rui Ramalho**

Apresentação pública: Julho de 2010

Palavras – chave: Jogos Matemáticos, Jogos de Estratégia, Teoria dos Jogos

Resumo:

Este trabalho foi desenvolvido no âmbito da Pós Graduação TIC em Contextos de Aprendizagem. Começamos por abordar alguns modelos de aprendizagem e a importância dos jogos no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Analisamos alguns jogos de estratégia e de cálculo. Fizemos uma pequena incursão pela Teoria dos Jogos de John Nash. Fizemos referência a alguns projectos desenvolvidos no âmbito deste curso nomeadamente de produção de objectos de aprendizagem. Finalmente, usando uma técnica de investigação sociológica (inquérito fechado) procuramos saber a opinião dos professores sobre a utilização e importância dos jogos na aprendizagem da Matemática. As conclusões mais relevantes que tiramos foram que todos os professores inquiridos entendem que os jogos contribuem para motivar os alunos e uma esmagadora maioria pensa mesmo que contribuem para o sucesso dos alunos na disciplina.

Abstract:

This work was developed in the bounds of Post Graduation in ICT in Learning Contexts. We have started to explore some learning models and the importance of games in the learning-process of Mathematics. We have analyzed some games of strategy and calculation. We have done a little research by John Nash's Games' Theory. We have made some references to some projects developed in the bounds of this course namely the production of some learning objects. Finally, using a sociological technique investigation (closed inquiry) we tried to know from the teachers the utilization and importance of Mathematics' games in the learning process. The most relevant conclusions we took, were that all the inquired teachers perceive that the games contribute to motivate students and a large majority really thinks that they contribute for the students' success in the subject.

Agradecimentos:

À Di, que sempre me apoiou e incentivou a fazer o Curso.

Ao meu orientador, Rui Ramalho, que sempre me apoiou e indicou o caminho a seguir.
A todos os Professores, em especial à Daniela Gonçalves, pela simpatia e porque nos fez

ver que o caminho faz-se caminhando.

A todos os que directa ou indirectamente me apoiaram.

*O que ouço, esqueço
O que vejo, recordo
O que faço, aprendo.*

Confúcio

Índice

| | |
|--|----|
| Índice..... | 1 |
| Introdução..... | 5 |
| I - Modelos de Aprendizagem | 7 |
| A Teoria Construtivista de J. Bruner..... | 7 |
| A Teoria Não-directiva ou centrada na pessoa (Carl Rogers) | 8 |
| Um novo paradigma de aprendizagem..... | 9 |
| Objectivos da utilização de jogos matemáticos: | 10 |
| II - A importância dos jogos na aprendizagem da Matemática..... | 12 |
| Tipos de jogos matemáticos..... | 15 |
| Jogos de estratégia..... | 15 |
| O tangram..... | 15 |
| Sudoku..... | 16 |
| Pontos e quadrados (Dots-and-Boxes)..... | 18 |
| O Ouri | 21 |
| Hex..... | 23 |
| O Amazonas..... | 23 |
| Avanço..... | 25 |
| Semáforo | 26 |
| Konane | 30 |
| Jogos de cálculo..... | 32 |
| O Jogo do 24..... | 32 |
| O Supertmaik..... | 32 |
| O projecto Ludus | 35 |
| A Teoria dos Jogos..... | 36 |
| Jogo de soma nula..... | 36 |
| O Teorema Minimax de Von Newmann..... | 37 |
| O dilema dos prisioneiros..... | 38 |
| III – A aprendizagem da Matemática mediada pelas TIC..... | 40 |
| Scratch..... | 40 |
| Livros Interactivos Multimédia (LIM) | 42 |

| | |
|---|----|
| Ardora..... | 43 |
| O editor eXe (editor de eLearning XHTML) | 44 |
| A Oficina de Matemática..... | 46 |
| O centro de recursos..... | 48 |
| IV - Metodologia: a opinião dos Professores | 51 |
| Questões norteadoras:..... | 51 |
| A amostra | 52 |
| Ciclo de Ensino | 52 |
| Sexo | 52 |
| Grupos etários..... | 53 |
| Tipos de jogos abordados na formação dos Professores..... | 54 |
| Utilização de jogos nas actividades lectivas | 55 |
| Utilização de jogos e idade dos Docentes | 56 |
| Áreas da Matemática que mais beneficiam dos jogos..... | 57 |
| Adequação dos jogos à aprendizagem..... | 58 |
| Motivação dos alunos através dos jogos | 59 |
| Contributo para o sucesso dos alunos | 60 |
| Conclusões gerais da investigação | 61 |
| Considerações finais..... | 62 |
| Bibliografia | 65 |

Índice de tabelas

| | |
|---|----|
| Tabela 1 - Comparações entre o tipo de ensino tradicional e o ensino centrado na resolução de problemas | 8 |
| Tabela 2 - Vantagens e desvantagens do uso de jogos | 14 |
| Tabela 3 – Matriz de Payoffs..... | 37 |
| Tabela 4 – Matriz do Dilema do Prisioneiro | 38 |

Índice de figuras

| | |
|--------------------------------|----|
| Fig. 1 - Tangram..... | 16 |
| Fig. 2 - Sudoku..... | 17 |
| Fig. 3 - Sudoku (solução)..... | 17 |

| | |
|--|----|
| Fig. 4 – Pontos e quadrados (exemplos) | 18 |
| Fig. 5 – Pontos e quadrados | 18 |
| Fig. 6 – Pontos e quadrados | 19 |
| Fig. 7 – Pontos e quadrados | 19 |
| Fig. 8 – Pontos e quadrados (zonas)..... | 20 |
| Fig. 9 – Pontos e quadrados (zonas)..... | 20 |
| Fig. 10 – Pontos e quadrados (zonas)..... | 21 |
| Fig. 11 - Ouri..... | 21 |
| Fig. 12 - Ouri..... | 22 |
| Fig. 13 - Ouri..... | 22 |
| Fig. 14 – Tabuleiro do Hex | 23 |
| Fig. 15 – Tabuleiro do Amazonas | 24 |
| Fig. 16 – Tabuleiro do Amazonas | 24 |
| Fig. 17 – Tabuleiro do Amazonas | 25 |
| Fig. 18 – Tabuleiro do Avanço | 25 |
| Fig. 19 – Jogadas do Avanço | 26 |
| Fig. 20 – Tabuleiro do Semáforo | 27 |
| Fig. 21 – Exemplo do Semáforo | 27 |
| Fig. 22 – Jogadas interditas..... | 28 |
| Fig. 23 – Jogada interdita..... | 28 |
| Fig. 24 – Possibilidades de jogada | 28 |
| Fig. 25 – Possibilidade de ganhar | 29 |
| Fig. 26 – Tabuleiro de Konane..... | 30 |
| Fig. 27 – Jogada de Konane | 31 |
| Fig. 28 – Jogo do 24..... | 32 |
| Fig. 29 – Carta de Supertmatik | 33 |
| Fig. 30 – Verso da carta de Supertmatik | 33 |
| Fig. 31 – Logo da Associação Ludus..... | 35 |
| Fig. 32 – Quadro de Mondrian (animação feita em Scratch) | 40 |
| Fig. 33 – Comandos Scratch | 41 |
| Fig. 34 – Aplicação Scratch (Simetria) | 41 |
| Fig. 35 – Livros Interactivos Multimédia (Logo) | 42 |
| Fig. 36 – Objecto LIM (Simetria)..... | 42 |
| Fig. 37 – Objecto LIM (sopa de letras)..... | 43 |

| | |
|---|----|
| Fig. 38 – Objecto Ardora (Tangram)..... | 44 |
| Fig. 39 – Editor de eLearning eXe (Logo)..... | 44 |
| Fig. 40 – Página eXe..... | 45 |
| Fig. 41 – Página do Moodle da Oficina de Matemática..... | 46 |
| Fig. 42 – Cartaz da Exposição “Jogos do Mundo” | 47 |
| Fig. 43 – Página do centro de recursos do Moodle | 48 |
| Fig. 44 – Cálculo de áreas e perímetros (centro de recursos)..... | 49 |

Índice de Gráficos

| | |
|---|----|
| Gráfico 1 – Ciclo de ensino dos Professores | 52 |
| Gráfico 2 – Sexo dos inquiridos..... | 52 |
| Gráfico 3 – Grupos etários dos inquiridos..... | 53 |
| Gráfico 4 – Tipos de jogos abordados na formação dos Professores | 54 |
| Gráfico 5 – Frequência da utilização de jogos nas actividades lectivas | 55 |
| Gráfico 6 – Idade dos Docentes e utilização de jogos..... | 56 |
| Gráfico 7 – Áreas da Matemática que mais beneficiam da utilização dos jogos | 57 |
| Gráfico 8 – Os jogos matemáticos não são um material didáctico adequado..... | 58 |
| Gráfico 9 – Motivação dos alunos..... | 59 |
| Gráfico 10 – Os jogos e o sucesso escolar | 60 |

Introdução

O Projecto é o culminar de um trabalho desenvolvido na Pós-Graduação de TIC em Contextos de Aprendizagem, realizada na Escola Superior de Educação Paula Frassinetti, que visa integrar os saberes e competências adquiridas, no processo de ensino-aprendizagem dos alunos.

O Projecto visa realçar a importância dos jogos na aprendizagem da Matemática. Nesse sentido este trabalho tem como objectivos:

- Conhecer alguns tipos de jogos, nomeadamente de estratégia e de cálculo;
- Saber até que ponto a formação dos professores do Ensino Básico e Secundário teve alguma incidência ao nível dos jogos;
- Diagnosticar o tipo de utilização de jogos pelos Professores;
- Conhecer a opinião dos Professores acerca da utilização de jogos como material didáctico:

Começamos por abordar alguns modelos de aprendizagem, em seguida alguns tipos de jogos nomeadamente de estratégia, fizemos ainda uma pequena incursão pela Teoria dos Jogos, para depois nos situarmos na opinião de uma amostra de professores sobre a importância da utilização de jogos no processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

Numa sociedade em que as conotações sociais negativas que pendem sobre esta disciplina são por demais evidentes, pretendemos proporcionar aos alunos novas experiências de aprendizagem da Matemática com base em ferramentas inovadoras e actuais num ambiente virtual que lhes proporcionarão alternativas válidas para o seu processo de ensino-aprendizagem em conjunto com a metodologia de ensino presencial.

Numa época em permanente mudança é necessário que os jovens utilizem novos instrumentos de aprendizagem para que o possam enfrentar e compreender melhor o mundo não apenas numa perspectiva de novas competências, a literacia digital, mas também que assumam com responsabilidade a sua cidadania.

Capítulo I

Modelos de aprendizagem

I - Modelos de Aprendizagem

Ao analisarmos os modelos de ensino/aprendizagem confrontamo-nos com um conjunto diversificado de teorias todas elas objecto de estudos aprofundados e fundamentados.

Não é o objecto deste trabalho desenvolvê-las aqui de forma exaustiva. Mas abordaremos algumas consideradas relevantes na perspectiva do Ensino a Distância.

O modelo educacional seguido pela maioria das escolas no ensino presencial é de transmissão de conhecimentos/informação do professor para o aluno. É um ensino centrado no conteúdo (o currículo) e portanto no professor. O aluno aparece como receptor de informação, numa situação passiva e portanto não interactiva, desinteressante e desmotivante.

De um ensino centrado no currículo e portanto no professor pretende-se passar a um “ensino centrado no aluno”, isto é, que tenha em conta as suas necessidades, os seus interesses, as suas aptidões cognitivas e os seus próprios ritmos de aprendizagem.

Neste sentido as teorias de aprendizagem das últimas décadas seguem dois vectores principais: “a aprendizagem pela resolução de problemas (*problem-based learning*) e a aprendizagem baseada em projectos de trabalho (*project-organized learning*)”.

Segundo alguns autores (LEAL, s/d) podemos dividir estas teorias em dois grandes grupos: as que se baseiam numa aprendizagem individual e na relação professor-aluno e as que se baseiam na interacção aluno-aluno como condição essencial para a construção do conhecimento.

A Teoria Construtivista de J. Bruner

Esta teoria assenta na aprendizagem pela descoberta e baseia-se na resolução de problemas.

A aprendizagem baseada na resolução de problemas aproveita situações e problemas da vida real para proporcionar situações de aprendizagem aos alunos com o apoio do professor que apoia os alunos e fornece recursos. Não se trata do ensino presencial tradicional porque os alunos desenvolvem novas competências como trabalhar em grupo, discutir a resolução de problemas e a solução mais adequada.

Neste tipo de aprendizagem os alunos constroem os seus próprios significados e pontos de vista sobre o conhecimento, interagindo com os assuntos objecto de estudo. Os alunos encontram-se numa situação activa, absorvendo por isso melhor a informação. Trata-se portanto de uma aprendizagem que é muito mais interactiva por parte do aluno: este, em conjunto com os colegas, tem de encontrar a melhor solução para resolver um problema.

Segundo Kolmos (KOLMOS, 1996) existem algumas diferenças entre a pedagogia tradicional e a pedagogia centrada na resolução de problemas:

| Tradicional | Novo |
|---|---|
| Apresentação de um problema profissional | Descobrir um problema profissional, baseado no gosto, interesse, experiência ou curiosidade |
| Aceitá-lo imediatamente | Aceitá-lo responsabilmente como um problema a ser analisado e resolvido |
| Trabalho com objectivo do exame | Trabalhar duma maneira realista |
| Aprender de acordo com a estrutura da aprendizagem. | Estruturação da aprendizagem está ligada com inclinação pessoal, interesses, experiência ou curiosidade. Isto cria conhecimentos integrados |
| Termina fazendo o exame | Termina, com ideias de como os conhecimentos adquiridos podem ser aplicados na prática |

Tabela 1 - Comparações entre o tipo de ensino tradicional e o ensino centrado na resolução de problemas

A Teoria Não-directiva ou centrada na pessoa (Carl Rogers)

A teoria de Carl Rogers assenta na liberdade concedida ao aluno criando uma atmosfera de ensino centrado no aluno. Tradicionalmente as estratégias curriculares têm sido centradas no aluno e nas suas actividades de pesquisa. Para além de Rogers, outros teóricos de referência como Dewey (método de resolução de problemas), Kilpatrick (método do projecto) e Freinet (pedagogia da aprendizagem cooperativa), se inserem nesta perspectiva de ensino centrado no aluno.

O Ensino a Distância serve muitas vezes de âncora na adopção de metodologias centradas no aluno.

Um novo paradigma de aprendizagem

A influência da tecnologia nos dias de hoje é tão grande que podemos afirmar que não há domínio da vida humana que não esteja, directa ou indirectamente, influenciado pela evolução da tecnologia. Em particular as TIC condicionam as nossas actividades, o nosso comportamento, o desenvolvimento social e, em consequência, a nossa cultura. As mudanças, tanto tecnológicas como organizativas, que têm ocorrido no mundo laboral assim como a globalização económica e cultural a que temos assistido têm vindo a redefinir a competitividade internacional, quer em termos de estrutura produtiva, quer em termos de emprego e condições de trabalho.

Nos dias que correm como diz Friedman (FRIEDMAN, 2005) o *Mundo é Plano*. A evolução tecnológica, em particular no domínio das TIC, ditou o fim do Estado clássico: as fronteiras perderam significado e o poder político dos Estados tem vindo a definir. A subcontratação de mão-de-obra barata (*outsourcing*) a milhares de quilómetros permite situações impensáveis há apenas alguns anos: que um arquitecto americano faça um esboço da obra em San Francisco e subcontrate um arquitecto chinês que a desenhe em CAD na China ou que a Microsoft tenha um *call-center* para atender as dúvidas dos seus clientes e quando levantamos o telefone atende-nos uma voz que está em Bangalore, na Índia. Em ambos os casos a mão-de-obra é cinco ou dez vezes mais barata que nos EUA...

A chave da mudança deste paradigma não é para aprender mais mas para aprender diferente. É aí que novos modelos de aprendizagem, como o *e-Learning*, desenvolvem nos alunos competências tão importantes para a sua vida futura nesta sociedade, tais como:

- Procurar e encontrar informação relevante na rede;
- Desenvolver critérios para valorizar essa informação, com indicadores de qualidade;
- Aplicar informação à elaboração de nova informação e a situações reais;
- Trabalhar em equipa partilhando e elaborando informação;
- Tomar decisões com base em diferentes informações;
- Tomar decisões em grupo.

O nosso projecto pretende vincular a educação presencial com a educação a distância, utilizando a plataforma Moodle para gerir e desenvolver conteúdos da área da

Matemática. A aula virtual é considerada um espaço propício para que os alunos interajam entre conteúdos, docente e dispositivo tecnológico, utilizando para isso métodos e técnicas previamente estabelecidos com a intenção de construir conhecimentos, desenvolver desempenhos e competências, atitudes e, em geral, aumentar a interacção num ambiente virtual de aprendizagem.

Objectivos da utilização de jogos matemáticos:

Geral:

Proporcionar aos alunos novas experiências de aprendizagem da Matemática com base em ferramentas inovadoras e actuais num ambiente virtual que lhes proporcionarão alternativas válidas para o seu processo de ensino-aprendizagem em conjunto com a metodologia de ensino presencial.

Específicos:

- Desenvolver nos alunos o gosto pela Matemática;
- Proporcionar aos alunos o desenvolvimento das suas capacidades e competências num ambiente virtual de aprendizagem;
- Praticar o uso de ferramentas inovadoras e interactivas que os motivem para a aprendizagem da Matemática;
- Desenvolver as capacidades de raciocínio, de resolução de problemas e a criatividade dos alunos;
- Utilizar um contexto lúdico para proporcionar aos alunos aprendizagens que lhes permitam superar as conotações sociais negativas ligadas à Matemática.

Capítulo II

A importância dos jogos na aprendizagem da Matemática

II - A importância dos jogos na aprendizagem da Matemática

Os jogos existem praticamente desde o início da civilização humana. Ao jogo sempre se aliou a ideia de algo lúdico, que dá prazer, que diverte.

Mas, sobretudo no século passado, apareceram jogos que ao aspecto lúdico vieram juntar, por exemplo, o raciocínio, a estratégia, o cálculo e a resolução de problemas. Ora estas são competências do âmbito da Matemática, daí o seu interesse para a aprendizagem desta disciplina.

A sua importância tem vindo por isso a aumentar, não só em resultado de novas estratégias por parte dos docentes, mas também pela referência que lhes tem sido feita até ao nível de documentos oficiais.

Segundo as Competências Essenciais do Ensino Básico (DEB, 1991) “*todos os alunos devem ter oportunidades de se envolver em diversos tipos de experiências de aprendizagem*”. O Professor de Matemática tem assim ao seu dispor um recurso pedagógico valioso que poderá ser importante para motivar os alunos que apresentam uma certa “resistência” à disciplina.

O referido documento, nas competências específicas da disciplina de Matemática (DEB, 1991), faz uma referência específica à importância dos Jogos como uma das Experiências de Aprendizagem a privilegiar:

O jogo é um tipo de actividade que alia raciocínio, estratégia e reflexão com desafio e competição de uma forma lúdica muito rica. Os jogos de equipa podem ainda favorecer o trabalho cooperativo. A prática de jogos, em particular dos jogos de estratégia, de observação e de memorização, contribui de forma articulada para o desenvolvimento de capacidades matemáticas e para o desenvolvimento pessoal e social. Há jogos em todas as culturas e a matemática desenvolveu muito conhecimento a partir deles. Além disso, um jogo pode ser um ponto de partida para uma actividade de investigação ou de um projecto.

O Programa de Matemática do Ensino Básico (DGIDC, 2007), nas suas Orientações Metodológicas Gerais, também lhes faz referência:

A aprendizagem da Matemática decorre do trabalho realizado pelo aluno e este é estruturado, em grande medida, pelas tarefas propostas pelo professor. Como indica o Currículo Nacional, o aluno deve ter diversos tipos de experiências matemáticas, nomeadamente resolvendo problemas, realizando actividades de investigação, desenvolvendo projectos, participando em jogos e ainda resolvendo exercícios que proporcionem uma prática compreensiva de procedimentos. Por isso, o professor deve propor aos alunos a realização de diferentes tipos de tarefas, dando-lhes uma indicação clara das suas expectativas em relação ao que espera do seu trabalho, e apoiando-os na sua realização.

O conceito de jogo está relacionado com algo de lúdico, mas também de raciocínio, de estratégia ou de competição. São muitos os autores que se debruçam sobre o conceito, mas consultando um dicionário (Infopedia, 2010) podemos ler várias definições das quais destacamos as seguintes:

1. *Actividade lúdica executada por prazer ou recreio, divertimento, distracção;*
2. *Actividade lúdica ou competitiva em que há regras estabelecidas e em que os praticantes se opõem, pretendendo cada um ganhar ou conseguir melhor resultado que o outro; partida;*
3. *Série de regras a cumprir numa actividade lúdica ou competitiva;*
4. *Conjunto de peças que permitem a realização de uma actividade lúdica.*

Temos assim várias componentes do jogo: o saber (*homo sapiens*), o saber-fazer (*homo faber*), mas também a vertente lúdica (*homo ludens*).

Segundo Grandó, (GRANDÓ, 2001) a utilização dos jogos no processo de ensino-aprendizagem apresenta vantagens e desvantagens:

| VANTAGENS | DESVANTAGENS |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> - (re) significação de conceitos já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno; - introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão; - desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafio dos jogos); - aprender a tomar decisões e saber avaliá-las; | <ul style="list-style-type: none"> - quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um carácter puramente aleatório, tornando-se um “apêndice” em sala de aula. Os alunos jogam e sentem-se motivados apenas pelo jogo, sem saber porque jogam; - o tempo gasto com as actividades de jogo na sala de aula é maior e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo; |

| | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> - significação para conceitos aparentemente incompreensíveis; - propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (interdisciplinaridade); - o jogo requer a participação activa do aluno na construção do seu próprio conhecimento; - o jogo favorece a integração social entre os alunos e a consciencialização do trabalho em grupo; - a utilização dos jogos é um factor de interesse para os alunos; - dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, da participação, da competição “sadia”, da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer em aprender; - as actividades com jogos podem ser utilizadas para desenvolver habilidades de que os alunos necessitam. É útil no trabalho com alunos de diferentes níveis; - as actividades com jogos permitem ao professor identificar e diagnosticar algumas dificuldades dos alunos. | <ul style="list-style-type: none"> - as falsas concepções de que se devem ensinar todos os conceitos através do jogo. Então as aulas, em geral, transformam-se em verdadeiros casinos, também sem sentido algum para o aluno; - a perda da “ludicidade” do jogo pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo; - a imposição do professor, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, destruindo a voluntariedade pertencente à natureza do jogo; - a dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho docente. |
|--|---|

(Grando, 2001, 31-32)

Tabela 2 - Vantagens e desvantagens do uso de jogos

Como se vê sobretudo pelas desvantagens, os jogos não servem para ensinar conceitos e exigem uma cuidada preparação e acompanhamento pelo professor. Caso contrário podem ser até prejudiciais ou uma completa perda de tempo para o aluno que não sente motivação para jogar.

Tipos de jogos matemáticos

Segundo o Currículo Nacional do Ensino Básico (DEB, 1991) a prática de jogos sobretudo de estratégia, de observação e de memorização, contribui para o desenvolvimento de capacidades matemáticas e para o desenvolvimento pessoal do aluno.

Embora sem o carácter de jogo no sentido formal têm vindo a ter um sucesso relevante, quer junto dos alunos quer junto das escolas, alguns concursos promovidos pelas Universidades de Aveiro (Pmate) e Coimbra (Canguru) que funcionam online.

Abordaremos aqui alguns jogos de estratégia, de cálculo e o projecto Ludus.

Jogos de estratégia

São considerados nas orientações do Ministério da Educação como sendo aqueles que têm mais interesse no processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

O seu objectivo é que o aluno encontre uma estratégia vencedora sem que haja interferência do factor sorte. Mas isso implica também por parte do aluno a formulação de raciocínios lógicos e de hipóteses explicativas que testam de forma a verificar se essa estratégia é a que melhor serve para os conduzir à vitória. É sempre desejável que o aluno teste outras hipóteses/estratégias que permitam atingir o mesmo objectivo, de forma a desenvolver nele o raciocínio lógico e a capacidade de resolver problemas (MATHEMATICS, 2007).

Vamos apresentar alguns jogos: alguns podem ser usados na sala de aula inseridos no processo de ensino-aprendizagem, outros mais vocacionados para actividades extra-curriculares (como aulas de apoio, oficinas de Matemática, Clubes, ...) e outros que podem ser jogados online.

O tangram

O tangram pode ser usado para consolidar conhecimentos dos alunos tais como: áreas, relações entre lados dos polígonos, figuras semelhantes, amplitude dos ângulos, etc.

O Tangram é um jogo antigo Oriental constituído por sete peças (também conhecidas por tans): 5 triângulos de tamanhos diferentes, 1 quadrado e 1 paralelogramo.

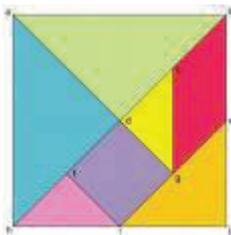


Fig. 1 - Tangram

O objectivo deste jogo é conseguir fazer uma determinada forma, usando as sete peças.

Não se conhece ao certo a origem do tangram. Nem a data de concepção, ou sequer o seu inventor. A referência mais antiga, é de um painel em madeira de Utamaro em 1780 com a imagem de duas senhoras chinesas a resolver um tangram. Em chinês, o tangram é conhecido como “Chi chiao tu”, ou as Sete Peças Inteligentes.

Pode ser usado no 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico. Os seus objectivos (MOTA, 2009) são:

- Trabalhar o raciocínio espacial, a análise e síntese. A regra básica do jogo é que cada figura formada deve incluir as sete peças;
- Conseguir reconstruir o quadrado original;
- Mostrar que a Matemática pode ser divertida;
- Familiarizar o aluno com as figuras básicas da Geometria;
- Desenvolver o raciocínio lógico para a resolução de problemas, coordenação motora e habilidades na utilização dos materiais a serem utilizados;
- Estimular a participação do aluno em actividades conjuntas para desenvolver a capacidade de ouvir e respeitar a criatividade dos colegas, promovendo o intercâmbio de ideias como fonte de aprendizagem para um mesmo fim.

Sudoku

O Sudoku além do seu carácter lúdico desenvolve também o raciocínio lógico e o cálculo aritmético. O jogo desenvolve a capacidade de argumentação de um aluno dado que para colocar um número numa casa em branco ele tem de analisar mentalmente a jogada que tem de fazer.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 3 | | | 7 | | | | |
| 6 | | | 1 | 9 | 5 | | | |
| | 9 | 8 | | | | | 6 | |
| 8 | | | | 6 | | | | 3 |
| 4 | | | 8 | | 3 | | | 1 |
| 7 | | | | 2 | | | | 6 |
| | 6 | | | | | 2 | 8 | |
| | | | 4 | 1 | 9 | | | 5 |
| | | | | 8 | | | 7 | 9 |

Fig. 2 - Sudoku

O objectivo do jogo é preencher as células em branco, sem repetir números de 1 a 9 quer em linha, quer em coluna, quer ainda dentro de cada quadrado 3 × 3.

A solução do problema apresentado seria:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 | 2 |
| 6 | 7 | 2 | 1 | 9 | 5 | 3 | 4 | 8 |
| 1 | 9 | 8 | 3 | 4 | 2 | 5 | 6 | 7 |
| 8 | 5 | 9 | 7 | 6 | 1 | 4 | 2 | 3 |
| 4 | 2 | 6 | 8 | 5 | 3 | 7 | 9 | 1 |
| 7 | 1 | 3 | 9 | 2 | 4 | 8 | 5 | 6 |
| 9 | 6 | 1 | 5 | 3 | 7 | 2 | 8 | 4 |
| 2 | 8 | 7 | 4 | 1 | 9 | 6 | 3 | 5 |
| 3 | 4 | 5 | 2 | 8 | 6 | 1 | 7 | 9 |

Fig. 3 - Sudoku (solução)

Este jogo tem outras alternativas nomeadamente usando fracções em vez de números inteiros. Poderia servir por isso para treinar as competências dos alunos no cálculo de fracções.

Pontos e quadrados (Dots-and-Boxes)

É um jogo aparentemente simples formado por um conjunto de pontos alinhados na vertical e na horizontal formando um quadrado ou rectângulo. Vejamos dois exemplos:

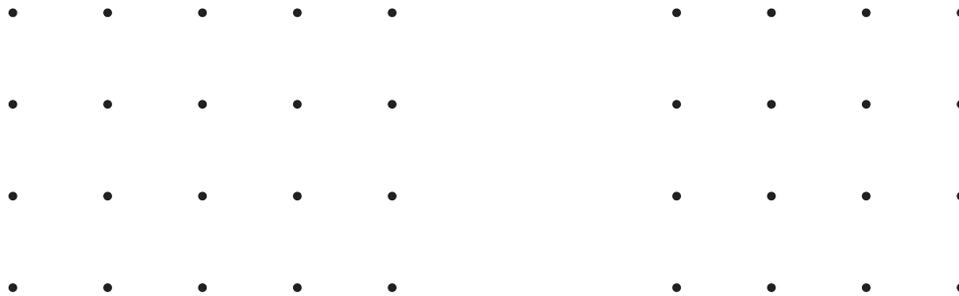


Fig. 4 – Pontos e quadrados (exemplos)

Cada jogador une dois pontos. Aquele que completar a quarta aresta de um quadrado assinala o seu nome, ou inicial. O jogador que completa um quadrado volta a jogar. Um jogador não é obrigado a fechar o quadrado mesmo que seja a sua vez de jogar. O jogo termina quando for fechada a última aresta. Aquele que totalizar mais quadrados é o vencedor.

Aparentemente é um jogo simples, parece até de crianças, mas exige boa estratégia, chegando a apaixonar matemáticos experientes.

Vejamos uma situação concreta de jogo, mas que pode resultar em diversas opções de jogo:

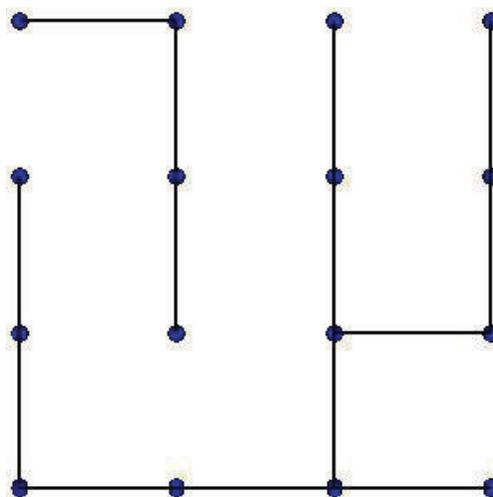


Fig. 5 – Pontos e quadrados

O que poderíamos jogar de seguida?

Um jogador com experiência fecharia três quadrados seguidos:

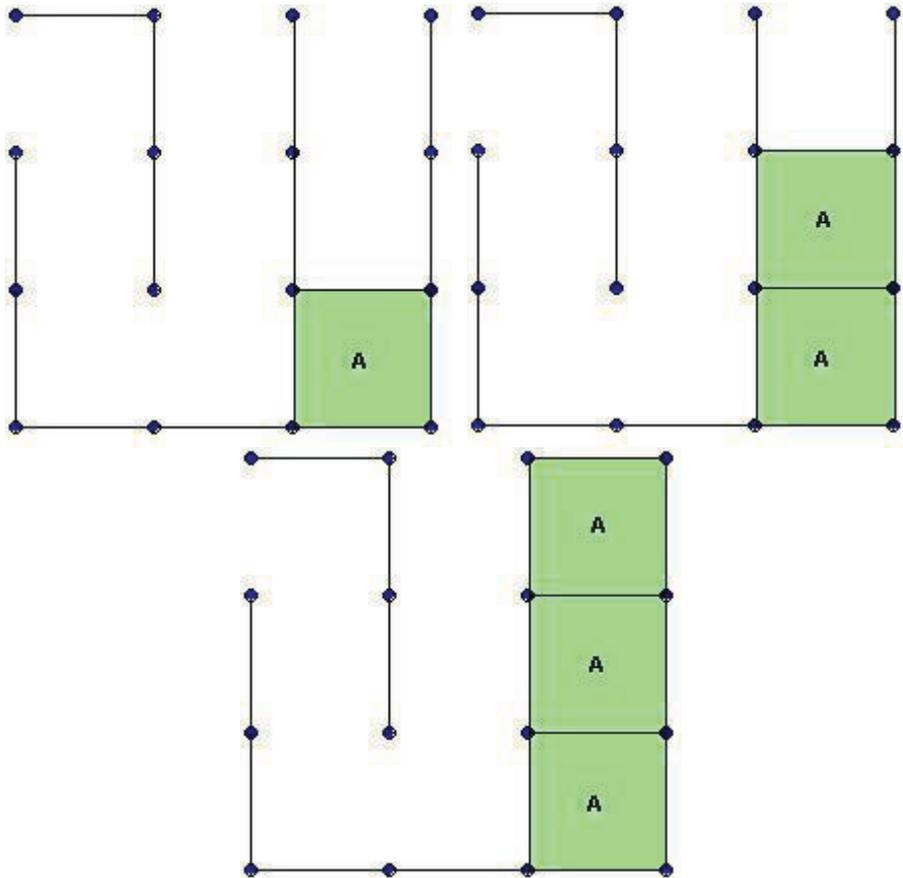


Fig. 6 – Pontos e quadrados

No entanto, ao jogarmos de seguida íamos entregar o jogo ao adversário que ganharia por 6-3:

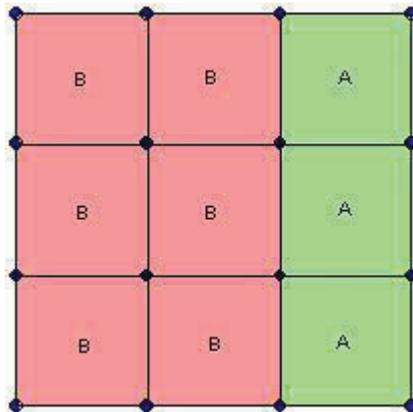


Fig. 7 – Pontos e quadrados

No entanto um jogador mais experiente poderia adoptar outra estratégia: dividir o jogo em duas zonas:

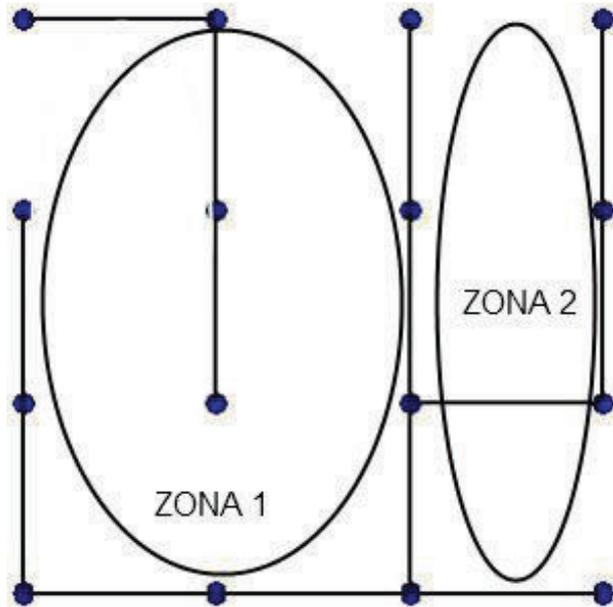


Fig. 8 – Pontos e quadrados (zonas)

A estratégia passaria por conquistar os quadrados da zona 2 e não da zona 1. Por isso podemos tentar que o adversário jogue na zona 1, coisa que não lhe interessa. Uma sequência que poderíamos usar seria:

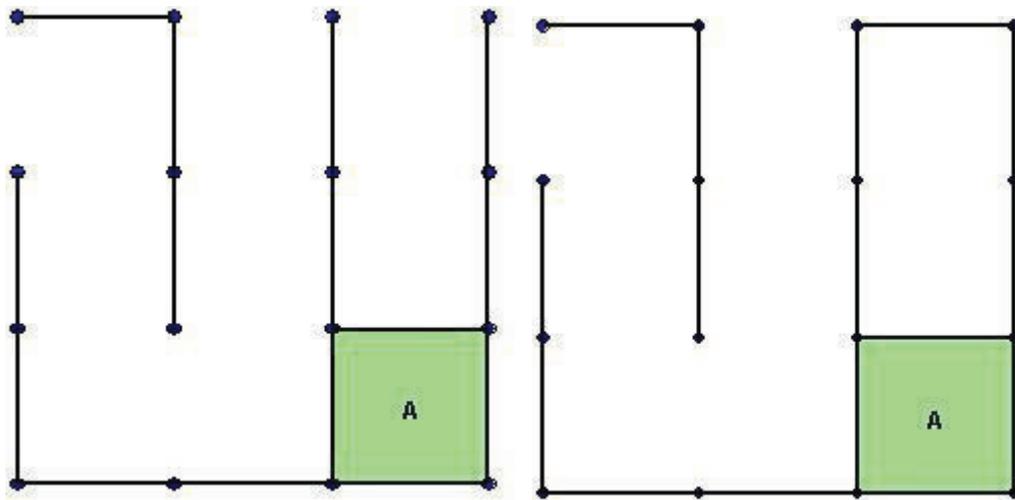


Fig. 9 – Pontos e quadrados (zonas)

O adversário pode assim fazer dois quadrados na zona 2, mas em seguida cede-nos o jogo o que nos permitiria vencer por 7-2.

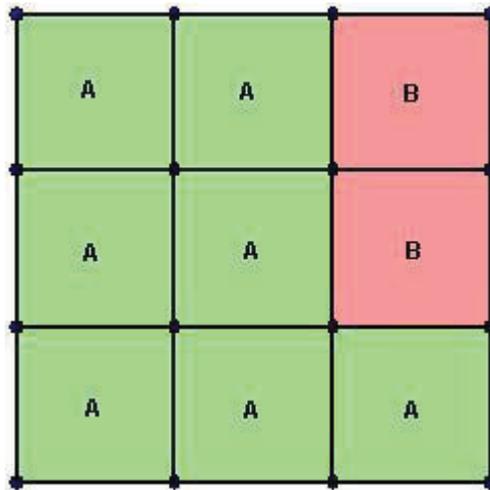


Fig. 10 – Pontos e quadrados (zonas)

O Ouri

O Ouri é um jogo de origem africana pertencente a uma família de jogos chamados *Mancala*. Joga-se praticamente em toda a África, com nomes variáveis e com regras que variam ligeiramente.

As regras são as seguintes: colocam-se quatro sementes (ou pedras, por exemplo) em cada uma das doze casas de um tabuleiro idêntico ao da figura seguinte:

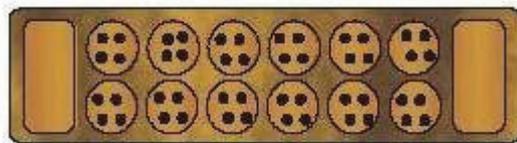


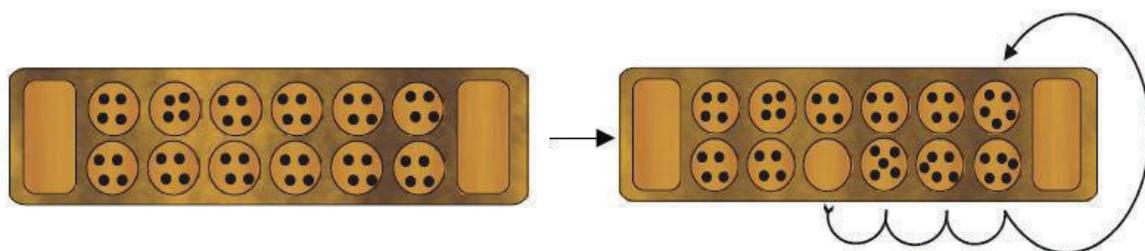
Fig. 11 - Ouri

Cada jogador fica de um lado do tabuleiro.

Regras:

Primeiro: cada jogador pode tirar as sementes todas de uma casa do seu lado e distribuí-las uma a uma pelas casas seguintes no sentido anti-horário.

Se a casa donde são tiradas as sementes tiver mais de 12 sementes, a distribuição dá a volta ao tabuleiro e salta a casa inicial:



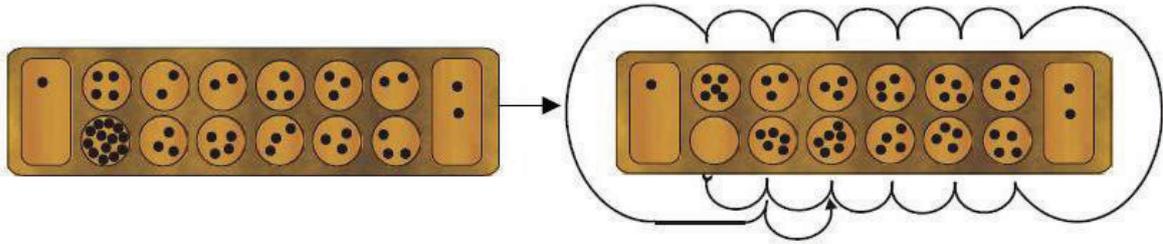


Fig. 12 - Ouri

Nota: não se pode tirar uma semente de casas que só tenham uma semente enquanto houver casas com duas ou mais. Não se podem mover sementes das casas do adversário (do outro lado do tabuleiro).

Segundo: Se ao colocarmos a última semente do nosso movimento numa casa do adversário que tenha 2 ou 3 sementes, podemos capturar essas sementes para o nosso depósito. Sempre que as casas anteriores à última também contiverem 2 ou 3 sementes do adversário também as devemos capturar. A captura é interrompida na casa que não cumpra essas condições (ver figura).

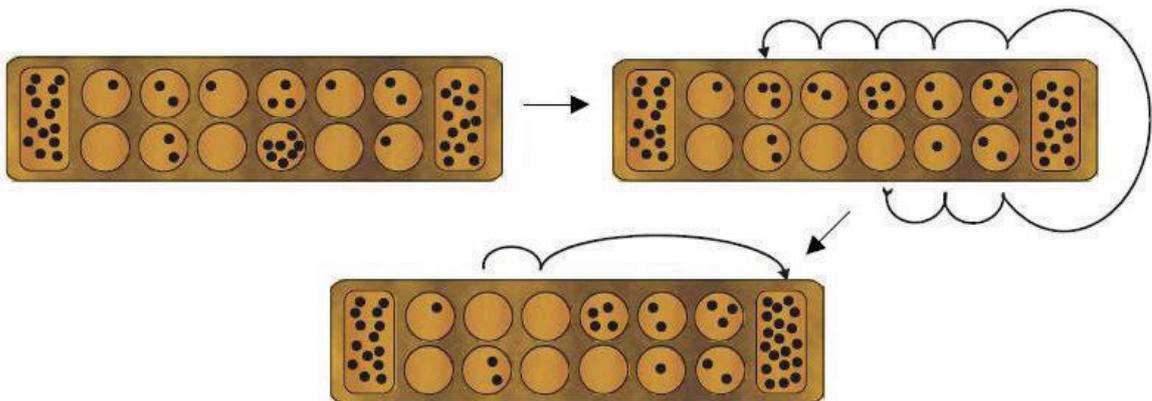


Fig. 13 - Ouri

Terceiro: Se um jogador, ao realizar um movimento, ficar sem sementes, o adversário é obrigado a fazer uma jogada que coloque pelo menos uma semente no seu lado (se tal for possível). Se um jogador ao efectuar uma captura, deixar o adversário sem sementes, é obrigado a jogar novamente para colocar pelo menos uma semente no lado deste (se tal for possível).

Quando um jogador capturar 25 ou mais sementes a partida acaba. Quando um jogador fica sem sementes e o adversário não consegue fazer uma jogada que passe uma semente para o seu lado, a partida também acaba, ficando com as sementes existentes o jogador que as tenha do seu lado. Se se criar uma posição cíclica cada jogador recolhe as suas sementes e procede à contagem final.

Hex

Hex joga-se num tabuleiro como o ilustrado abaixo. Há dois jogadores, E e D. Cada jogada consiste em colocar um disco (negro para E, branco para D) num dos hexágonos. O jogador E ganha se conseguir criar um caminho que una as margens negras (NW e SE), o jogador D ganha se unir as margens brancas (SW e NE). Há 60 peças de cada cor.

Vale a regra do equilíbrio: no seu primeiro lance, o segundo jogador pode trocar de cores e aproveitar o lance efectuado pelo seu adversário.

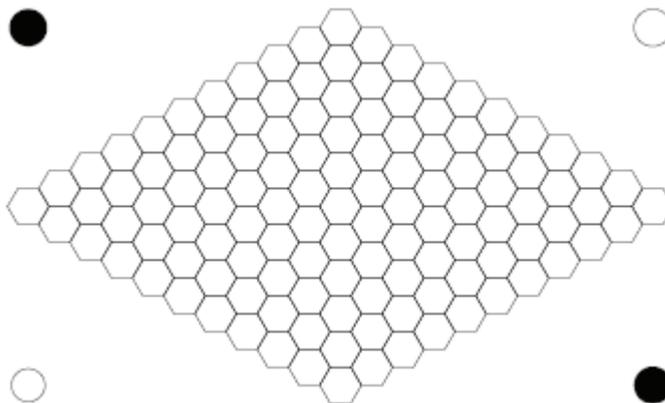


Fig. 14 – Tabuleiro do Hex

O jogo, agora chamado Hex, foi criado pelo matemático e poeta dinamarquês Piet Hein em 1942 e pelo famoso matemático John Nash (Nobel da Economia em 1994, pela Teoria dos Jogos) em 1942.

Está provado que nenhum jogo pode terminar empatado (David Gale) e que sem a regra do equilíbrio o primeiro jogador tem ao seu dispor uma estratégia vencedora (John Nash). No entanto, para tabuleiros razoavelmente grandes, ninguém conhece essa estratégia. Este jogo está intimamente ligado à teoria da computação e à teoria de grafos.

O Amazonas

O Amazonas é um jogo relativamente recente inventado pelo argentino Walter Zamkaskas em 1988. Por ser um jogo tão novo, ainda não há muita literatura dedicada ao assunto, apesar das inúmeras possibilidades que o jogo oferece. É devido a este facto, que o jogo é bastante usado no estudo da teoria da computação. As regras do jogo são as seguintes:

Num tabuleiro de xadrez são colocadas 8 damas como se mostra na figura seguinte:

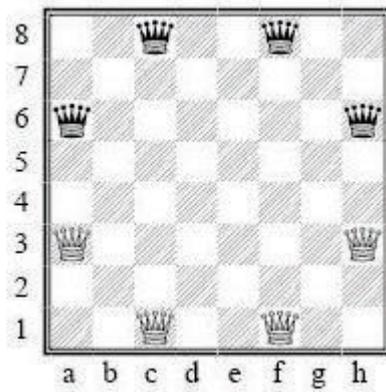


Fig. 15 – Tabuleiro do Amazonas

Em cada jogada, um jogador realiza duas ações:

Primeiro: Move uma dama com o movimento do xadrez (vertical, horizontal ou diagonal as casas que entender desde que não encontre obstáculo);

Segundo: Marca uma casa que esteja no alcance da dama que jogou. Essa casa ficará interdita e será também um obstáculo para os movimentos das damas durante o resto do jogo.

Perde o jogador que em primeiro lugar não se consiga movimentar.

Vejamos dois exemplos do jogo:

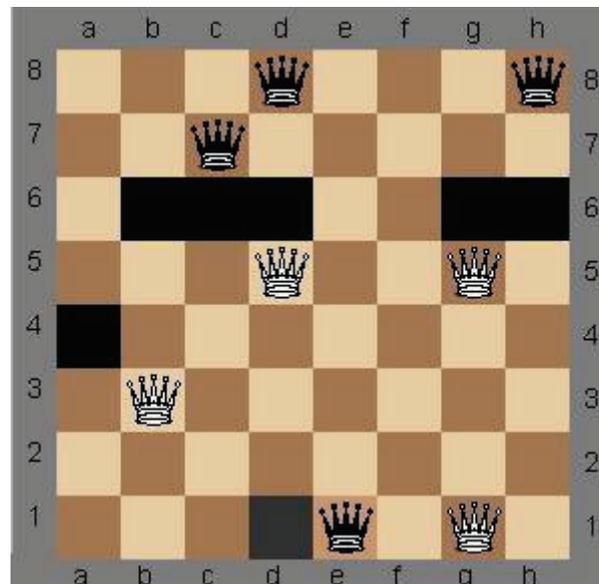


Fig. 16 – Tabuleiro do Amazonas

Nesta situação as brancas têm vantagem porque:

- As damas negras c7 e d8 estão muito próximas dificultando os seus movimentos:
- As paredes da linha 6 dificultam os movimentos das damas negras.

Uma boa hipótese é g5-f6 e colocação da parede em e7.

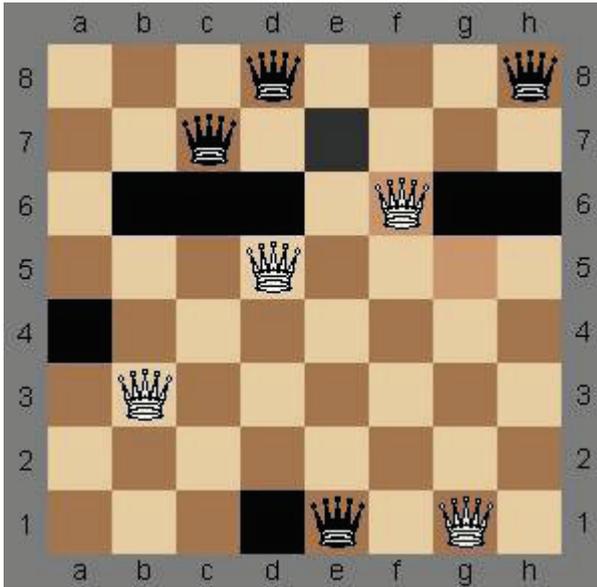


Fig. 17 – Tabuleiro do Amazonas

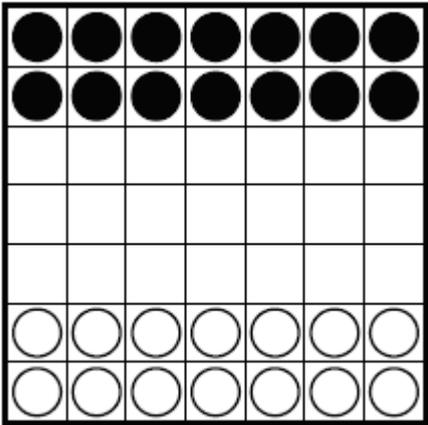
Trata-se de um bom movimento porque:

- A parede e7 dificulta os movimentos das damas pretas c7 e d8;
- A própria dama branca em f6 perturba o movimento da dama preta em h8.

Conclusão: em cada movimento é necessário ter em conta: a “colocação da dama que faz o movimento” e “colocação da parede”. Um bom lance resulta dessas duas boas jogadas úteis.

Avanço

Este jogo, inventado por Dan Troyka em 2000, é jogado num tabuleiro quadrado de 7 × 7, com catorze peças brancas e catorze peças pretas.



posição inicial

Fig. 18 – Tabuleiro do Avanço

O objectivo é chegar com uma das suas peças à primeira linha do seu adversário: as brancas pretendem chegar à sétima linha e as pretas à primeira linha.

Cada jogador, alternadamente, move uma peça sua. Começam as Brancas.

As peças movem-se sempre em frente, para uma casa vazia, seja na sua coluna ou numa das suas diagonais. No diagrama esquerdo mostram-se para onde cada uma das peças se poderia movimentar se fosse a sua vez de jogar.

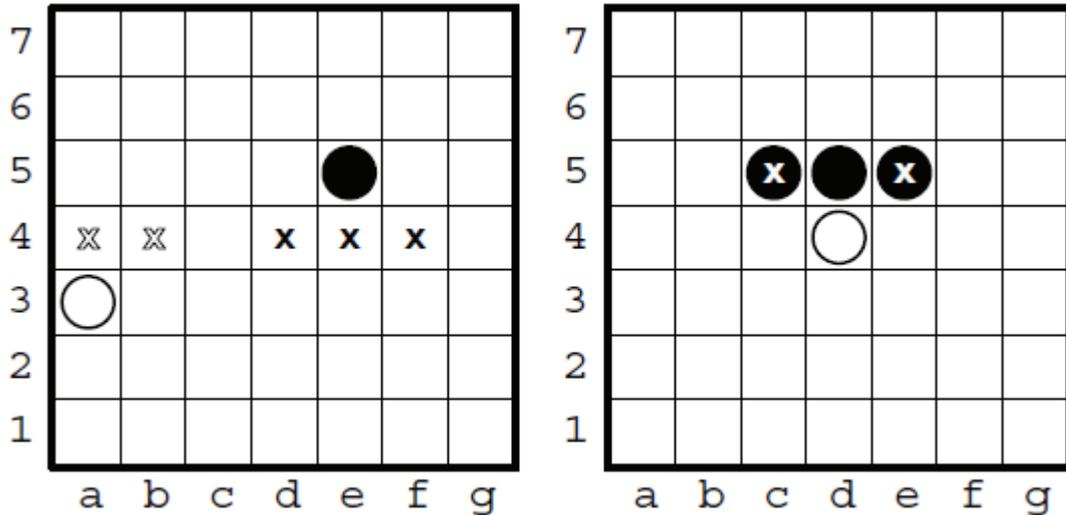


Fig. 19 – Jogadas do Avanço

As peças podem capturar peças adversárias que se situem na sua diagonal em frente movendo-se para a casa onde elas se encontram (como os peões do Xadrez). As peças capturadas são removidas do tabuleiro. As capturas são opcionais e apenas se pode capturar uma peça por turno (ou seja, não há capturas múltiplas). *No diagrama direito observa-se quais as peças negras que poderiam ser capturadas pela peça branca (a peça branca não se pode mover para d5 porque a casa está ocupada, nem pode capturar essa peça negra, porque as capturas apenas se efectuam na diagonal).*

De notar que as partidas deste jogo terminam rapidamente porque as peças são obrigadas a mover-se sempre para a frente. Em cada turno, cada jogador tem pelo menos uma jogada possível (o adversário não consegue bloquear peças, assim, a peça mais avançada pode sempre deslocar-se). Deste modo, as partidas nunca terminam em empate.

Semáforo

O Semáforo (Traffic Lights) foi inventado por Alan Parr em 1998. À primeira vista poderá parecer uma versão mais sofisticada do chamado Jogo do Galo. No entanto trata-se de um jogo que exige domínio do cálculo, mesmo em tabuleiros de menor dimensão.

As regras são bastante simples: dois jogadores jogam à vez, num tabuleiro do seguinte tipo (pode ser maior):

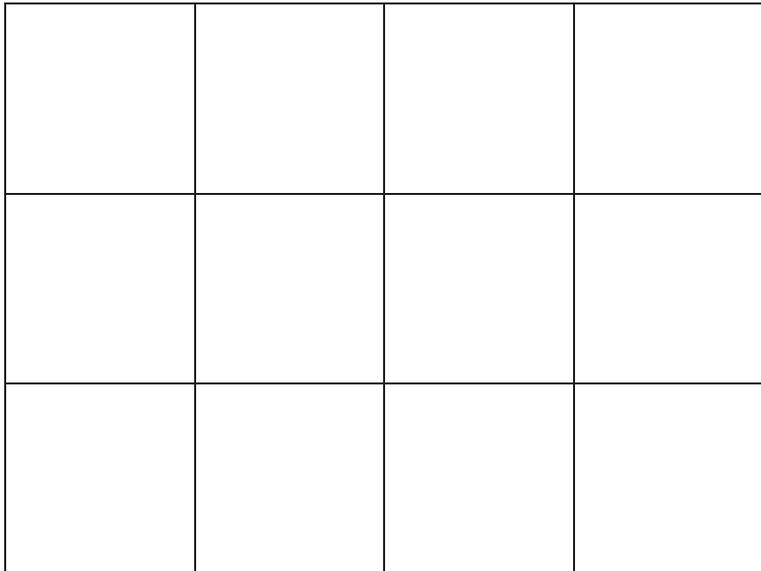


Fig. 20 – Tabuleiro do Semáforo

Uma jogada pode ser feita de três maneiras: ou se coloca uma peça verde numa casa vazia, ou se transforma uma peça verde do tabuleiro numa peça amarela, ou se transforma uma peça amarela do tabuleiro numa peça vermelha. Ganha o jogador que primeiro conseguir fazer três peças da mesma cor em linha (vertical, horizontal ou diagonal).

Se o tabuleiro for de 3 por 3 o primeiro jogador ganha se colocar a peça verde no meio. O adversário tem de a transformar em peça amarela para não perder. Depois transforma a amarela em vermelha e basta-lhe jogar de forma simétrica em relação ao adversário até chegar à jogada vencedora.

Vejamos a partir de um exemplo como se pode raciocinar neste jogo:

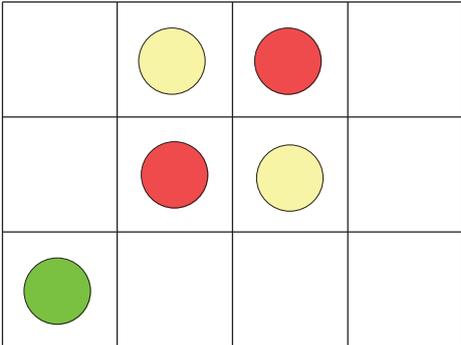


Fig. 21 – Exemplo do Semáforo

Vamos apresentar um raciocínio que permite vencer (desafiamos o leitor a tentar outra(s) solução).

Primeiro. É preciso ter em conta que há casas totalmente interditas de jogar, nesta jogada ou noutras (porquê?).

| | | | |
|---|---|---|--|
| • | ● | ● | |
| • | ● | ● | |
| ● | • | • | |

Fig. 22 – Jogadas interditas

Segundo. Identificar casas temporariamente interditas: para já não podem ser jogadas mas noutra jogada talvez sim.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | ● | ● | |
| | ● | ● | |
| ● | | | • |

Fig. 23 – Jogada interdita

A razão desta interdição é que o adversário podia fazer um 3 amarelo. Mas posteriormente a situação pode ser diferente, se, por exemplo, as amarelas mudarem para vermelhas.

Terceiro. Em consequência do raciocínio anterior identificar as possibilidades de jogar.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | ● | ● | X |
| | ● | ● | X |
| ● | | | X |

Fig. 24 – Possibilidades de jogada

Então uma maneira de ganhar o jogo (não é a única) é mudar uma das peças centrais para vermelha.

| | | | |
|---|---|---|--|
| | ● | ● | |
| | ● | ● | |
| ● | | | |

Fig. 25 – Possibilidade de ganhar

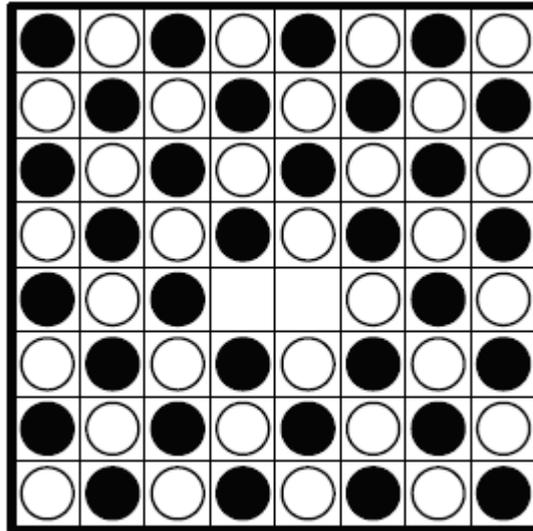
O segundo jogador tem a seguir uma saída difícil:

- Mudar a amarela para vermelha e ficamos na situação anterior;
- Usar uma casa em que não perca imediatamente e nós mudamos a amarela para vermelha.

Apesar de o jogo ter mais cálculo não deixa de exercitar a estratégia: ponderar as casas interditas, temporariamente interditas e a colocação de hipóteses possíveis facilita o cálculo e a jogada a fazer.

Konane

O Konane é um jogo tradicional do Hawai jogado num tabuleiro quadrado de 8×8 com 31 peças brancas e 31 peças pretas (ficam em branco as duas casas centrais)



posição inicial

Fig. 26 – Tabuleiro de Konane

Começam as brancas. Cada jogador, alternadamente, joga a sua peça. Cada peça é movimentada saltando por cima da peça adversária adjacente (na vertical ou horizontal mas não na diagonal) para uma casa que tem de estar vazia. A peça saltada é capturada e retirada do tabuleiro (tal como nas Damas), o que significa que em cada jogada pelo menos uma peça é capturada. Após uma captura, a peça jogada pode, opcionalmente e se existir essa possibilidade, continuar a capturar peças do adversário mas sempre na mesma direcção (não pode a meio da jogada alterar a direcção da jogada).

Um exemplo: a peça branca em c3 tem várias opções de jogo. Ou salta para e5 capturando a peça negra em c4, ou se move para e3 capturando a peça em d3, podendo ainda saltar para g3, capturando f3. De notar que, se jogar para e3, não pode mudar de direcção para e5, capturando e4.

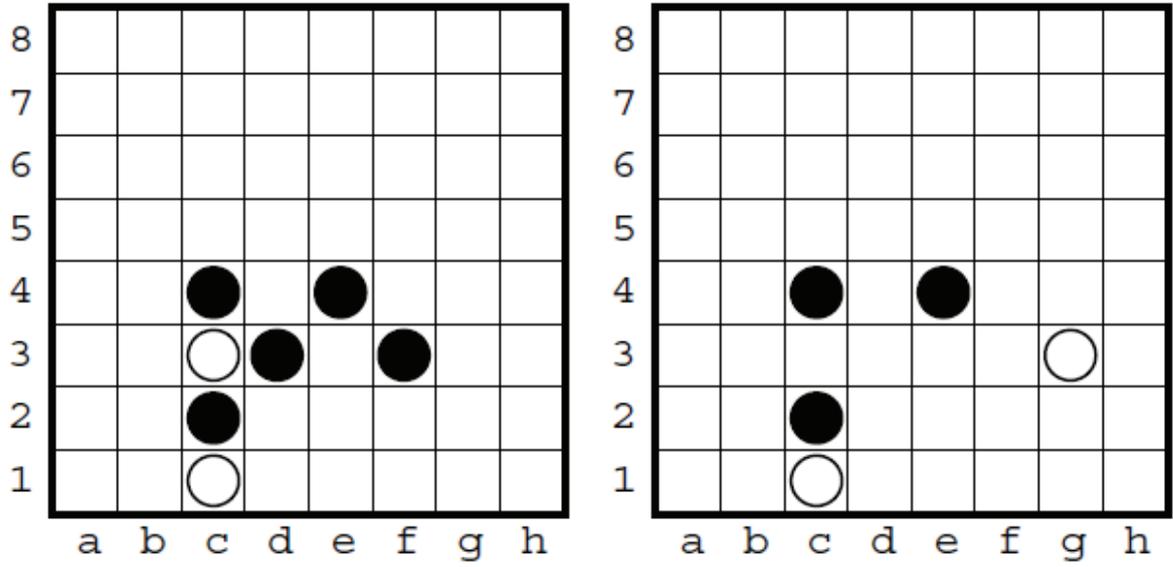


Fig. 27 – Jogada de Konane

No diagrama da direita observamos a posição após a dupla captura de d3 e f3 pela branca situada em c3. Sendo a vez das negras e uma vez que não têm jogada possível, o jogo terminaria com a vitória das brancas.

Jogos de cálculo

São jogos que desenvolvem nos alunos as suas capacidades de cálculo mental. Analisaremos dois que apenas utilizam as operações básicas: o Jogo do 24 e o Supertmatik.

O Jogo do 24

O jogo baseia-se em cartões com quatro algarismos: o objectivo é obter o resultado 24 usando apenas as quatro operações básicas: adição, subtracção, multiplicação e divisão.



Fig. 28 – Jogo do 24

É obrigatório usar os quatro algarismos mas apenas uma única vez. Ganha a carta o jogador que primeiro tocar na carta e indicar uma solução correcta.

Esse jogador deve indicar primeiro a última operação efectuada (por exemplo: $6 \times 4 = 24$). Depois tem 15 segundos para indicar a solução de forma completa (no exemplo: $8 \div 2 = 4$; $6 \times 1 = 6$ e $6 \times 4 = 24$)

O Supertmatik

O Supertmatik joga-se em cartas. Uma das faces da carta tem dez expressões numéricas identificadas por letras de A a J. As letras contêm sempre expressões do mesmo tipo. Por exemplo: a letra A é sempre uma adição, a letra B uma subtracção, a letra C uma adição e uma subtracção, a letra D uma multiplicação e assim sucessivamente aumentando o grau de dificuldade.

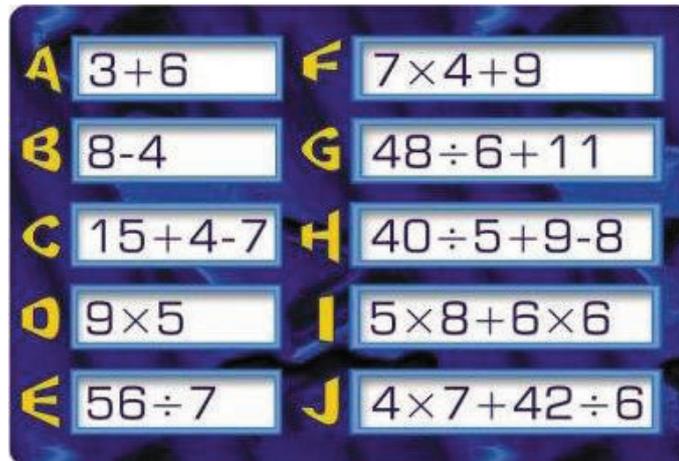


Fig. 29 – Carta de Supertmatik

O verso de cada carta tem três zonas: uma com as dez soluções das operações indicadas no verso, outra zona com uma letra da palavra Supert ou uma estrela e finalmente outra área com letras correspondentes aos cinco níveis do jogo.

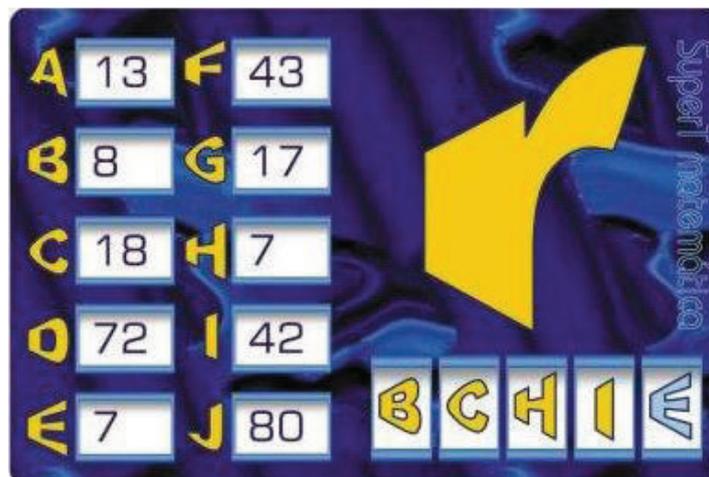


Fig. 30 – Verso da carta de Supertmatik

Baralham-se as cartas e dá-se uma a cada jogador. As cartas ficam na mesa até um deles responder. Coloca-se uma terceira carta na mesa, com o verso virado para cima, para saber qual a questão que cada um vai responder. Depois de ser dada uma resposta, esse jogador vira a sua carta para verificar se a resposta está correcta.

Cada jogador deve ponderar bem a resposta porque uma resposta errada beneficia duplamente o adversário: se responder errado o jogador perde a sua carta para o adversário que fica também com a própria carta. Para manifestar a vontade de dar a resposta certa o jogador informa o adversário usando a expressão “Supert”. Pode voltar a responder, depois de uma resposta usada, usando sempre a palavra-chave, isto se entretanto o outro ainda não tiver respondido. No caso de uma resposta válida mas errada, o jogador não pode rectificar

a resposta: só a primeira resposta é válida. Todas as infracções ao jogo têm a mesma penalização: entregar as duas cartas da jogada ao adversário.

Situações possíveis em cada jogada:

- O jogador responde correctamente antes do adversário: ganha a sua carta e a carta do adversário é colocada sobre o baralho;
- Um jogador responde erradamente antecipando-se ao adversário: este ganha as duas cartas;
- Os dois jogadores respondem correctamente quase ao mesmo tempo (ou não é possível identificar qual foi a primeira resposta): cada jogador fica com a sua carta;
- Os dois jogadores respondem erradamente quase ao mesmo tempo (ou não é possível identificar qual foi a primeira resposta): ambas as cartas são colocadas no baralho;
- Os dois jogadores respondem quase ao mesmo tempo (ou não é possível identificar qual foi a primeira resposta), um certo e outro errado: o jogador que respondeu correctamente fica com as duas cartas.

O jogo prossegue até que algum dos jogadores consiga as letras para formar a expressão Super-t. Os jogadores podem substituir uma letra por uma super-estrela.

Uma partida ganha-se à melhor de três jogos: para vencer é necessário ganhar pelo menos dois.

O projecto Ludus



Fig. 31 – Logo da Associação Ludus

A Associação Ludus, que se designa abreviadamente por AL, é uma associação sem fins lucrativos que tem por objectivo promover e divulgar a Matemática Recreativa, em particular os Jogos Matemáticos, nas suas diversas vertentes, nomeadamente pedagógica, cultural, histórica e competitiva. Para alcançar este objectivo a AL desenvolverá actividades que os seus órgãos sociais julguem adequadas, nomeadamente:

- a) organizando o Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos;*
- b) congregando os interessados nos objectivos da AL;*
- c) promovendo e apoiando reuniões, colóquios, congressos, seminários, exposições, viagens de estudo, palestras e outras actividades similares e afins;*
- d) editando obras no âmbito da Matemática Recreativa e dos Jogos Matemáticos;*
- e) promovendo o intercâmbio, a nível nacional e internacional, com instituições com vocações similares.*

(<http://ludicum.org/>)

A Associação organiza anualmente desde 2004/05 o Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos. Da Comissão Organizadora fazem parte, além da Associação Ludus, a Associação dos Professores de Matemática, o Museu de Ciência da Universidade de Lisboa e Associação Portuguesa de Matemática.

A competição consta de 6 jogos: Semáforo, Rastros, Hex, Ouri, Avanço, Konane.

A distribuição dos jogos é feita pelos níveis de ensino:

Primeira categoria (primeiro ciclo): Semáforo, Konane, Ouri;

Segunda categoria (segundo ciclo): Konane, Ouri, Hex;

Terceira categoria (terceiro ciclo): Rastros, Ouri, Hex;

Quarta categoria (secundário): Avanço, Hex, Rastros.

A Teoria dos Jogos

A Teoria dos Jogos pretende estudar o comportamento racional do ser humano em situações que envolvem interdependência entre pessoas/jogadores.

A Teoria dos Jogos (ABRANTES, 2004) foi introduzida por John von Neumann numa série de artigos publicados em 1928 ("*Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*") e 1937 ("*A Model of General Economic Equilibrium*"). Em 1950 Albert Tucker criou o Dilema do Prisioneiro, o dilema mais conhecido da Teoria dos Jogos e aquele que tem influenciado mais a aplicação da teoria às Ciências Sociais.

Entre 1950 e 1953, numa série de artigos que escreveu, John Nash¹ (prémio Nobel da Economia em 1994), desenvolveu as teorias de jogos não cooperativos e a teoria de barganha. Em "*Equilibrium Points in N-Persons Games*" (1950) e "*Non-Cooperative Games*" (1951) Nash provou nestes artigos a existência de um equilíbrio estratégico em jogos não cooperativos – o equilíbrio de Nash – e sugeriu uma abordagem aos jogos cooperativos a partir do modelo não cooperativo.

Nestas teorias existem dois tipos de jogos: jogos de soma nula e jogos de soma não nula. Os jogos de soma nula são aqueles em que a soma dos payoffs (pagamentos) é igual a zero, ou seja, um jogador só pode ganhar na medida em que o outro perde. É o caso do Póquer e do Xadrez, por exemplo. Os jogos de soma não nula são aqueles em que não acontece a situação anterior. O caso mais famoso é o Dilema dos Prisioneiros, em que as penas de ambos variam conforme cada um deles confessa o crime, nega ou fica calado.

Jogo de soma nula

Suponhamos que duas empresas que produzem o mesmo produto, têm custos fixos (independentes do volume de vendas) de € 5000 e que podem optar entre dois preços: um mais alto (€ 2) e outro mais baixo (€ 1). Regras do jogo:

- Ao preço de 2 euros o mercado absorve 5000 unidades com o valor de 10000 €;
- Ao preço de 1 euro o mercado absorve 10000 unidades com o valor de 10000 €;
- Se ambas as empresas praticarem o mesmo preço as vendas são repartidas entre as duas de forma igual;

¹ A vida de John Nash foi o tema do filme *Uma Mente Brilhante* (Beautiful Mind), de Ron Howard (2001) com Russell Crowe.

- Se optarem por preços diferentes a que praticar o preço mais baixo, vende toda a produção e a outra nada (lei da procura);
- Os payoffs são as margens brutas (volume de vendas menos custos fixos).

Vejamus este exemplo através de uma matriz de dupla entrada, com os ganhos e perdas das duas empresas.

Matriz de Payoffs

| | | Empresa B | | |
|-----------|-----|-----------------|-----------------|-----|
| | | Preço | 1 € | 2 € |
| Empresa A | 1 € | (0 ; 0) | (5000 ; - 5000) | |
| | 2 € | (- 5000 ; 5000) | (0 ; 0) | |

Tabela 3 – Matriz de Payoffs

Para cada uma das estratégias o primeiro número do par indica o ganho da empresa A e o segundo número o ganho da empresa B. Repara-se que em qualquer caso a soma dos ganhos das duas empresas é zero. Trata-se por isso de um jogo de soma nula. Estes jogos têm como solução o teorema Minimax de Von Neumann.

O Teorema Minimax de Von Newmann

Num jogo de soma nula, a estratégia de cada jogador passa por maximizar o seu ganho mínimo ou, de outra maneira, a estratégia que minimiza o ganho máximo do outro. No exemplo dado, a empresa A raciocina da seguinte forma: o payoff mínimo se vender a 1 € é 0; mas para o preço de 2 € é de - 5000 € (prejuízo); logo o preço de 1 € maximiza o payoff mínimo (o chamado mal menor). Por sua vez a empresa B, racionalmente adoptará uma estratégia semelhante. Logo as empresas colocarão o bem no mercado ao preço de 1 €, sendo esta a solução que caracteriza uma estratégia pura, racional.

No entanto esta solução de Von Neumann só se aplica a problemas de soma nula o que não acontece na maioria das decisões económicas e sociais, que não apresentam somas constantes, correspondendo por isso a jogos de soma não nula.

A esta limitação procurou responder John Nash, nos anos 50 do séc. passado, com as suas teorias de jogos não cooperativos: segundo ele em jogos não cooperativos, de soma não nula, existe pelo menos uma situação de equilíbrio – o equilíbrio de Nash – quer usando uma estratégia pura quer usando uma estratégia mista. É o que acontece com o chamado Dilema do Prisioneiro. O equilíbrio de Nash baseia-se no seguinte raciocínio: o resultado de um jogo é definido por um conjunto de acções tais que, para cada jogador, cada acção é a melhor tendo em conta as acções de todos os outros.

O dilema dos prisioneiros

Neste jogo dois criminosos são presos em flagrante delito e são confrontados com diversas estratégias (ambos estão separados e desconhecem a estratégia do outro): confessar o crime, incriminando o parceiro, ou negar o crime na expectativa de reduzir a pena. Neste caso a matriz não representa ganhos mas sim perdas (penas de prisão). As premissas, que os prisioneiros conhecem, são as seguintes:

- Se ambos negarem o crime são punidos com 1 ano de prisão;
- Se ambos confessarem, incriminando-se mutuamente, são punidos com 5 anos de prisão cada um;
- Se um confessar, incriminando o outro, e o outro negar, o primeiro é libertado e o segundo apanha 10 anos.

Então a matriz do dilema será a seguinte:

| | | Preso B | |
|---------|----------|-------------------|-------------------|
| | | NEGA | CONFESSA |
| Preso A | NEGA | (1 ano ; 1 ano) | (10 anos ; livre) |
| | CONFESSA | (livre ; 10 anos) | (5 anos ; 5 anos) |

Tabela 4 – Matriz do Dilema do Prisioneiro

Considerando que ambos têm conhecimento dos pressupostos, mas desconhecem a estratégia do outro, ambos terão o mesmo raciocínio: se o outro confessar, então é melhor confessar também, pois assim apanha 5 anos em vez de 10. Se o outro negar, com mais razão deve confessar pois assim sai em liberdade.

Desta maneira a estratégia dominante para os dois será a de confessar, incriminando o outro, sendo ambos punidos com a pena de 5 anos. Este é um jogo não cooperativo, pois não se trata de obter o melhor resultado em conjunto mas sim o melhor resultado individual (a menor pena). Este é o equilíbrio de Nash, que contraria a solução óptima (lei de Pareto) que seria a de ambos negarem (com 1 ano de prisão para cada).

O facto de neste jogo os jogadores adoptarem estratégias que conduzem a um resultado que não é o melhor (apanham 5 anos em vez de 1 ano) é o motivo da importância deste dilema em contextos sociais. Nash considerou que, mesmo para n jogadores (n superior a 2), existe pelo menos uma situação de equilíbrio.

Para Nash o bem-estar social maximiza-se na medida em que cada indivíduo procura o seu bem-estar mas tendo em conta o bem-estar daqueles que consigo interagem.

Capítulo III

A aprendizagem da Matemática mediada pelas TIC

III – A aprendizagem da Matemática mediada pelas TIC

O desenvolvimento das TIC permite hoje, a alunos e professores, um conjunto de ferramentas que possibilitam novas experiências de aprendizagem muito vantajosas sobretudo para os alunos: maior motivação, maior interactividade, ritmos diferentes de aprendizagem e maior variedade de instrumentos.

Por isso uma das vertentes mais interessantes deste Curso de Pós-Graduação de TIC em Contextos de Aprendizagem foi um conjunto de aprendizagens feitas no sentido de adquirir competências para produzir objectos de aprendizagem.

Analisaremos de seguida alguns desses objectos.

Scratch

O Scratch é uma nova linguagem de programação que nos permite criar as nossas próprias histórias interactivas, animações, jogos, música e arte.

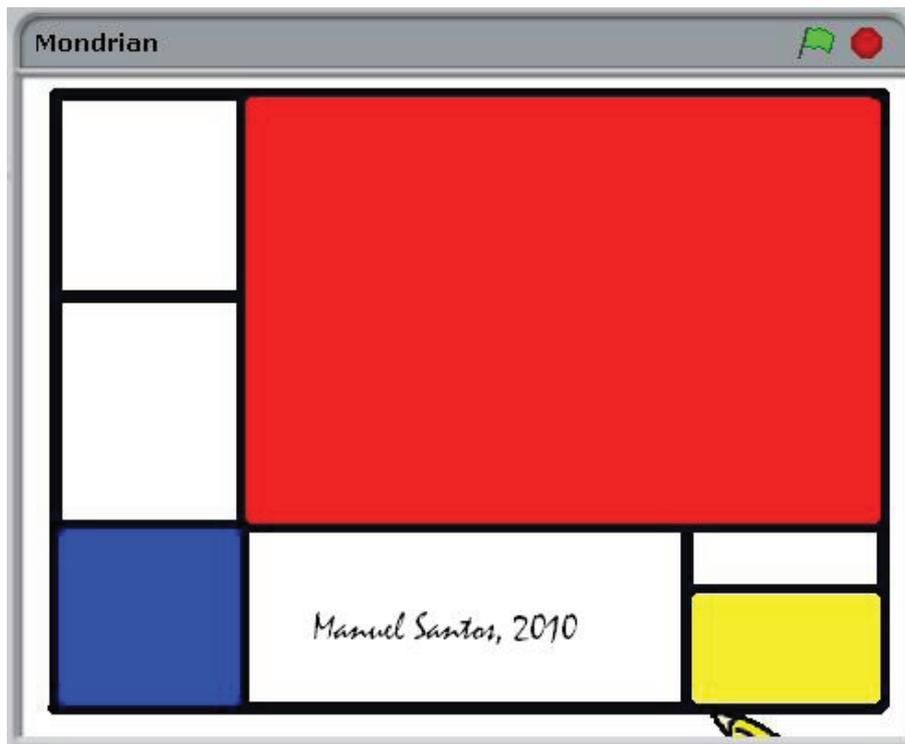


Fig. 32 – Quadro de Mondrian (animação feita em Scratch)

Por não exigir conhecimentos de outras linguagens de programação, é ideal para pessoas de diversos escalões etários, incluindo crianças. Utilizando uma interface gráfica intuitiva, permite criar movimentos sob a forma de blocos de instruções, de certa forma análogo ao famoso LEGO.

Foi desenvolvido pelo MIT Media Lab e permite fazer animações, acrescentar áudio e imagens. No contexto do nosso trabalho foi utilizado para o processo de aprendizagem de alguns conceitos de Geometria tais como Translação, Simetria e Ampliação.

Vejamos um exemplo que construímos durante o nosso curso:



Fig. 33 – Comandos Scratch

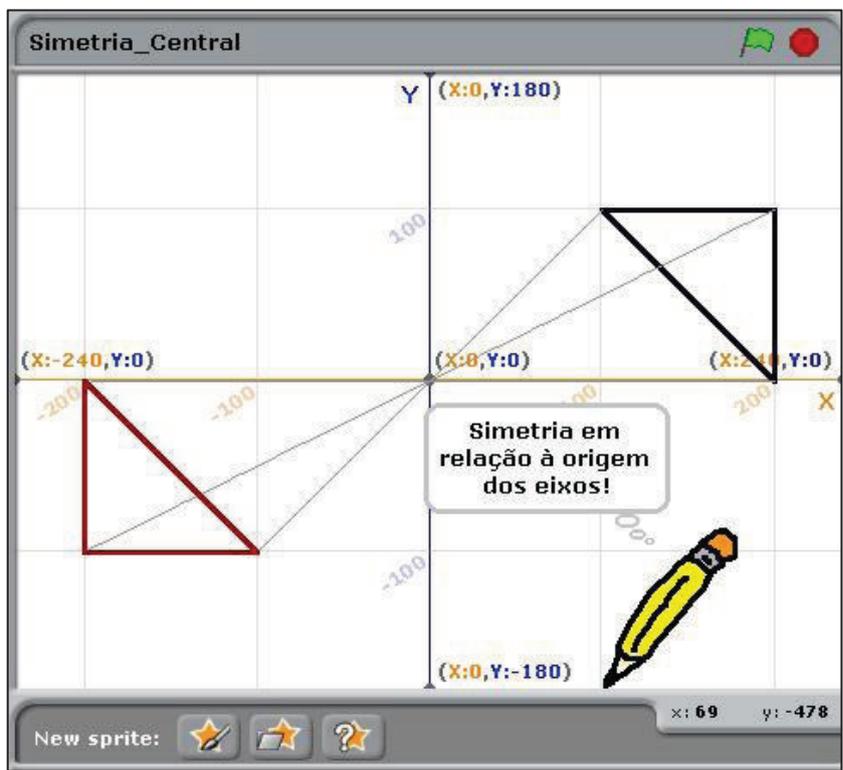


Fig. 34 – Aplicação Scratch (Simetria)

Livros Interactivos Multimédia (LIM)

O sistema de LIM é um ambiente de criação de objectos educativos interactivos.

Usando a tecnologia Macromedia Flash, é de fácil instalação, permite um acesso directo a partir da Internet e é independente do sistema operativo.



Fig. 35 – Livros Interactivos Multimédia (Logo)

Do ponto de vista pedagógico é de fácil utilização tanto para professores como para os alunos, permite diversos tipos de actividades (sopa de letras, puzzles, questões do tipo verdadeiro/falso, ...), permite actividades interactivas e que o aluno controle os seus progressos.

Vejamos exemplos destas actividades:

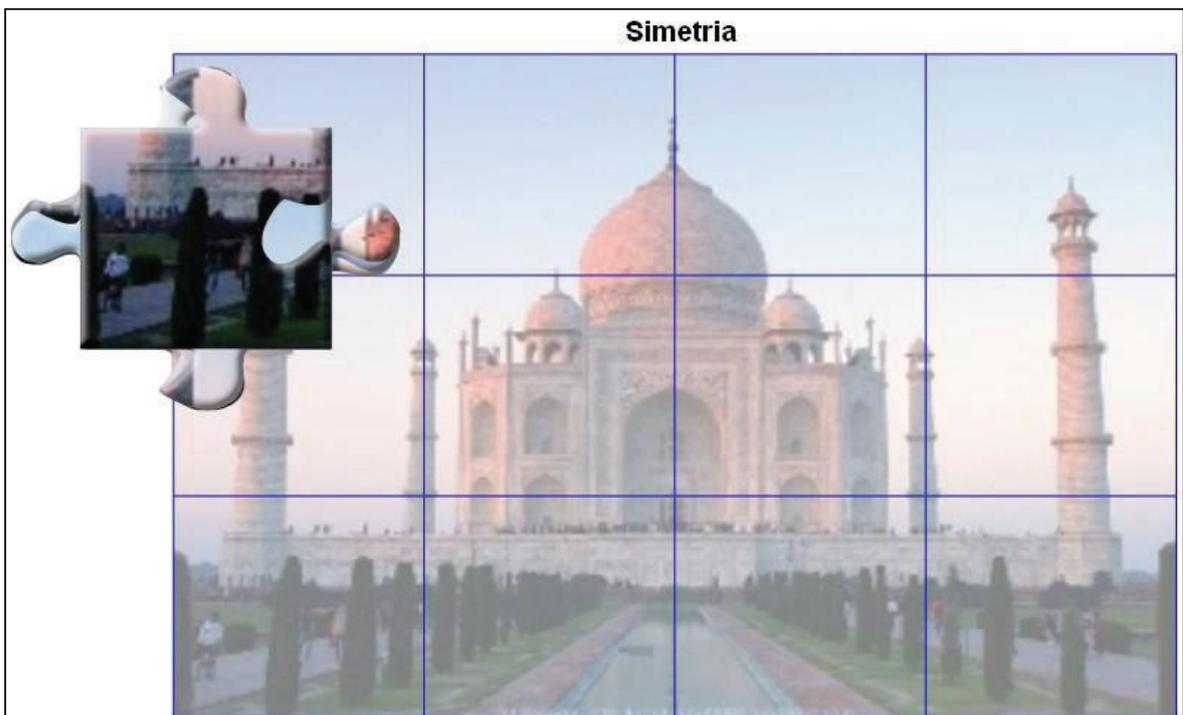


Fig. 36 – Objecto LIM (Simetria)

O aluno constrói o puzzle desenvolvendo conceitos como área e simetria axial.

Sopa de letras

| | |
|--|-------------------------|
| Intersecção de dois lados de um polígono | a c u t a n g u l o w k |
| Triângulo com 3 ângulos agudos | x n m c r g k l f n v z |
| Ponto equidistante dos extremos | h k n m h k g m j u e d |
| Segmento que une 2 vértices opostos | e a o s e c a n t e r j |
| Recta que intersecta a circunferência | b r e d u ç ã o l f t z |
| Número de lados de um heptágono | i g a m e d i o o ñ i ñ |
| Transformação geométrica que aumenta | f ñ u h o n u ç j ñ c l |
| Transformação geométrica que reduz | g h k w ñ v l a ç q e x |
| | i ç f q w o p y ñ ñ y n |
| | f i h t x b r k s e t e |
| | f b l u d i a g o n a l |
| | f w e a m p l i a ç ã o |

Fig. 37 – Objecto LIM (sopa de letras)

O aluno aprofunda conceitos de geometria preenchendo o diagrama.

Ardora

O Ardora é uma aplicação informática para professores, que permite a construção de objectos de aprendizagem para os alunos de forma simples. Permite criar dezenas de tipos distintos de páginas multimédia tais como crucigramas, sopa de letras, painéis gráficos, relógios, etc.

Pelas possibilidades que tem em termos de conteúdos de aprendizagem e pela possibilidade de incorporar esses objectos em páginas Web, é também um software interessante para ser usado na produção de objectos de aprendizagem.

Assemelha-se em termos de produto final ao exemplo anterior (LIM).

Vejamos um exemplo de objecto produzido no Ardora (puzzle Tangram):

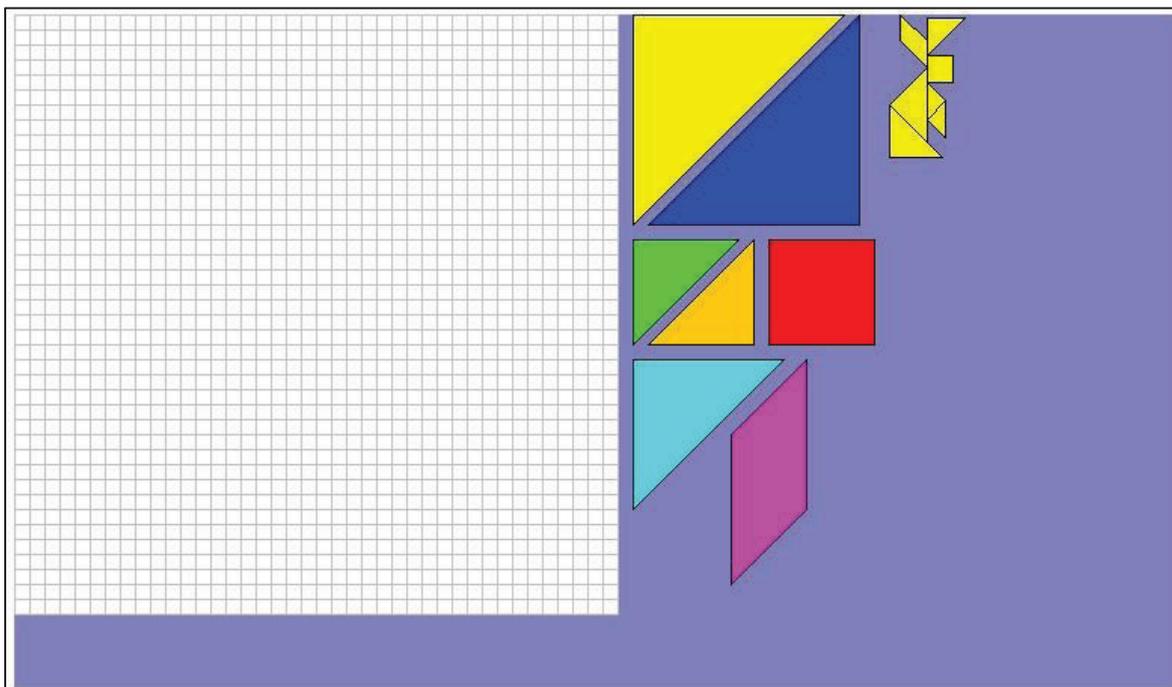


Fig. 38 – Objecto Ardora (Tangram)

O editor eXe (editor de eLearning XHTML)

A produção de pequenas unidades de aprendizagem (SCOs – Sharable Content Objects), combinando diversos tipos de actividades e conteúdos que podem ser incorporadas em páginas Web, pode ser feita com o editor eXe.



Fig. 39 – Editor de eLearning eXe (Logo)

O projecto eXe é uma aplicação Open Source que permite aos professores a criação de Objectos de Aprendizagem (LO) para serem incorporados numa página Web, sem exigir conhecimentos profundos da linguagem HTML.

O eXe através de um diagrama composto de várias páginas, permite incorporar em cada uma delas uma variada gama de instrumentos: actividades (texto, fotos, filmes, ...), applets, questões de escolha múltipla ou do tipo verdadeiro/falso, SCORMs (Sharable Content Object Reference Model), páginas Web ou simplesmente texto.

Vejamos o aspecto com que pode ficar uma página feita com o eXe:



Fig. 40 – Página eXe

As possibilidades do editor eXe são enormes pois como podemos ver pela figura acima em cada uma das suas páginas podemos incorporar uma variada gama de documentos e recursos: imagens, ficheiros de texto (Word ou PDF), folhas de cálculo, apresentações, ficheiros de áudio (Podcast), animações (flash), vídeos ou pastas de ficheiros, entre outros.

A Oficina de Matemática

Surgiu na Escola Salesiana do Colégio dos Órfãos do Porto no ano lectivo de 2008-2009. A Oficina pretende ser um espaço lúdico de aprendizagem baseada em jogos, diversificando as experiências de aprendizagem na disciplina.

A Oficina é assegurada pelos Professores do grupo de Matemática. Pretende aprofundar alguns conhecimentos e criar um ambiente propício à superação da habitual resistência demonstrada para com a disciplina.

Para tal foi criada uma disciplina na plataforma Moodle da Escola acessível para todos os alunos.

The screenshot displays the Moodle interface for the 'Oficina de Matemática' course. The main content area, titled 'Lista de tópicos', contains the following text: 'Horário de funcionamento da *Oficina de Matemática* Sextas feiras das 14:55 às 16:25. Faz a tua inscrição!... Sejam Bem Vindos!'. Below this, there are three topic entries: '1', '2' (with sub-topics: 'O fascinante número pi', 'A página do Pi', 'Números irracionais', 'O valor de pi'), and '3' (with sub-topics: 'SUPERTMATIK', 'IV Campeonato supertmatik Cálculo Mental', '(2009-2010, evento internacional)'). The left sidebar includes sections for 'Pessoas', 'Actividades', 'Procurar nos fóruns', and 'Administração'. The right sidebar features 'Mensagens' and 'iPOD' with a music player showing a playlist of songs.

Fig. 41 – Página do Moodle da Oficina de Matemática

Além disso a Oficina funciona com horário fixo semanal no Laboratório de Matemática, com alunos (do 2.º e 3.º Ciclos) previamente inscritos para a sua frequência.

Objectivos da Oficina:

1. Desenvolver nos alunos o gosto pela Matemática;
2. Dar a conhecer uma Matemática "para além das aulas" que possa ser divertida;
3. Desenvolver as capacidades de raciocínio, de resolução de problemas e a criatividade;
4. Utilizar jogos didácticos;
5. Promover o uso de aplicações informáticas ligadas à Matemática;

6. Desenvolver a comunicação e a interactividade entre os alunos;
7. Dinamizar o Laboratório de Matemática na plataforma Moodle;
8. Valorizar as actividades extra-curriculares como Olimpíadas, Pmate, Canguru e CaixaMat;
9. Enriquecer/melhorar o espaço do Laboratório de Matemática.

A Oficina é um espaço de dinamização de actividades matemáticas, essencialmente de carácter lúdico, visando criar nos alunos o gosto pela Matemática, desenvolvendo nesses alunos as capacidades de raciocínio, de resolução de problemas e a criatividade.

Outra área em que a Oficina tem actuado é na dinamização de actividades extra-curriculares relacionadas com a Matemática tais como as Olimpíadas de Matemática, o programa Pmate da Universidade de Aveiro e o concurso Canguru sem Fronteiras da Universidade de Coimbra. Além disso o Colégio foi uma das escolas dinamizadoras do concurso Pmate (REDEmat) da Universidade de Aveiro nos dois últimos anos lectivos.

Dentro das actividades dinamizadas o Departamento de Ciências Exactas do Colégio organizou a Exposição “Jogos do Mundo”, em colaboração com a Associação de Professores de Matemática (APM).



Fig. 42 – Cartaz da Exposição “Jogos do Mundo”

O centro de recursos

Outra iniciativa foi criar um centro de recursos no Moodle sob a forma de uma disciplina.

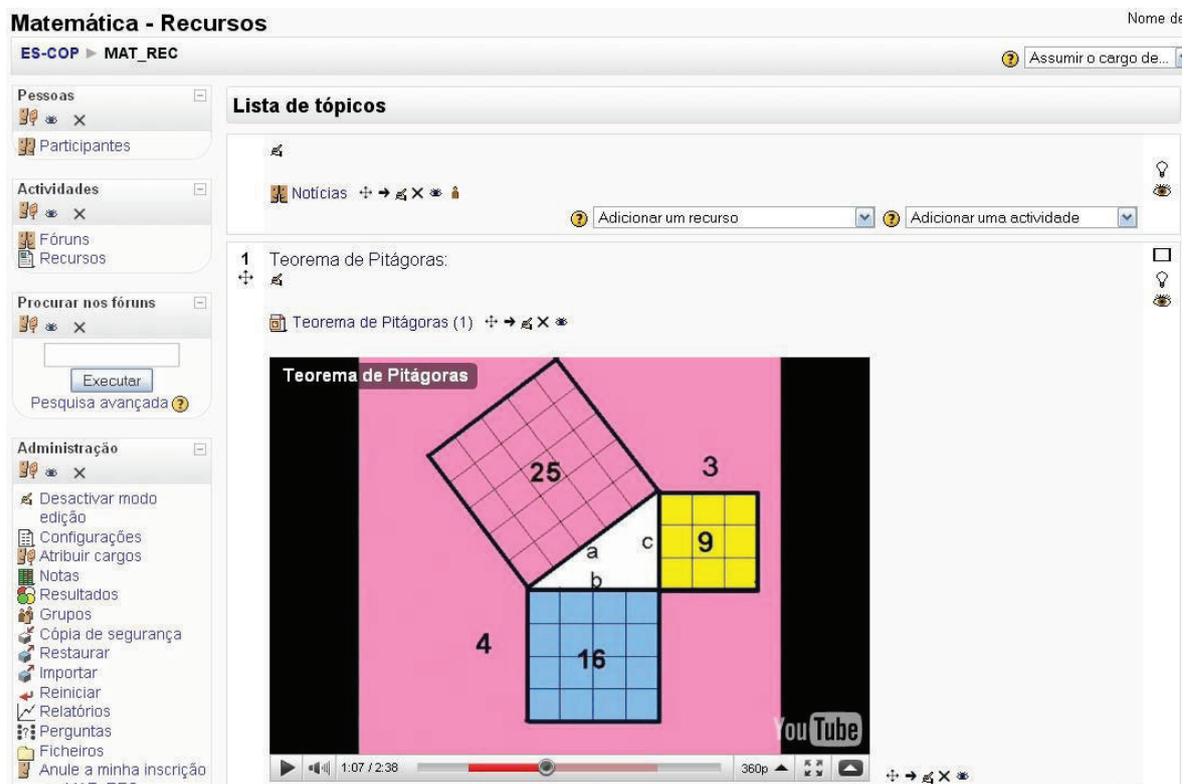


Fig. 43 – Página do centro de recursos do Moodle

Esta disponibiliza recursos didácticos para a disciplina de Matemática, no domínio das TIC, com a colaboração de todos os Professores do Departamento.

A página está organizada em tópicos correspondentes às grandes unidades da aprendizagem da Matemática no Básico: Números Naturais, Números Inteiros, Números Racionais, Números Reais, Figuras do Plano, Triângulos e Quadriláteros, Teorema de Pitágoras, Trigonometria do Triângulo Rectângulo, Circunferência, Sólidos Geométricos, Semelhanças, Rotação, Translação e Simetria, Perímetros, Áreas e Volumes, Equações e Inequações, Funções, Proporcionalidade Directa e Inversa, Estatística, Probabilidades, Sequências e regularidades e Resolução de Problemas.

Todos os Professores do departamento têm acesso à disciplina: quer como produtores de recursos que lá colocam, quer como utilizadores de recursos colocados por outros.

Outro recurso disponibilizado é um conjunto de pequenos *applets* feitos em folha de cálculo (Excel) para os alunos testarem as suas competências matemáticas de cálculo tais como operações básicas com números inteiros e números racionais e cálculo de áreas e perímetros.

Nestes *applets* o aluno responde de forma interactiva podendo avaliar as suas respostas.

Exemplo respeitante ao cálculo de perímetros:

The screenshot shows an interactive applet interface with the following elements:

- Title:** Perímetros e áreas
- Sub-title:** Área de figuras que não são rectângulos
- Diagram:** A complex polygon with vertices labeled A, B, C, D, E, F, G, H. The shape is composed of several connected line segments.
- Dimensions:**
 - $\overline{AB} = 9 \text{ dm}$
 - $\overline{BC} = 5 \text{ dm}$
 - $\overline{CD} = 7 \text{ dm}$
 - $\overline{DE} = 2 \text{ dm}$
 - $\overline{EF} = 4 \text{ dm}$
 - $\overline{FG} = 1 \text{ dm}$
 - $\overline{GH} = 6 \text{ dm}$
 - $\overline{AH} = 8 \text{ dm}$
- Area Calculation:**
 - $A_1 = \text{[input]} \times \text{[input]} = \text{[input]}$
 - $A_2 = \text{[input]} \times \text{[input]} = \text{[input]}$
 - $A_3 = \text{[input]} \times \text{[input]} = \text{[input]}$
 - $A_T = \text{[input]} + \text{[input]} + \text{[input]} = \text{[input]}$
- Navigation:** Buttons for 'Novo' (New), 'MENU', and a question mark '?' are visible.

Fig. 44 – Cálculo de áreas e perímetros (centro de recursos)

Estes recursos estão destinados a alunos do 2.º Ciclo do Ensino Básico, mas podem ser usados por outros Ciclos superiores como actividades de consolidação/revisão de conceitos e competências.

Capítulo IV

Metodologia:

A opinião dos Professores

IV - Metodologia: a opinião dos Professores

Com o objectivo de averiguar se os jogos podem ser importantes no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, realizamos um inquérito fechado (em anexo) a professores dos Ensinos Básico e Secundário.

O universo do inquérito é demasiado extenso (professores dos Ensinos Básico e Secundário portugueses) pelo que utilizamos uma amostra. Segundo a Inferência Estatística e o chamado Teorema do Limite Central (NEVES, 2010) uma amostra representativa terá de ter no mínimo trinta elementos.

Não nos foi possível atingir uma amostra dessa dimensão, pelo que a amostra não pode ser considerada representativa do universo dos Professores portugueses dos ensinos Básico e Secundário. Sendo assim, as conclusões que agora se apresentam não podem ser consideradas representativas da opinião dos Professores portugueses (universo).

A amostra foi constituída por Professores dos Ensinos Básico e Secundário de Escolas do distrito do Porto.

O trabalho de campo foi realizado em Maio de 2010.

Questões norteadoras:

O estudo que realizamos parte das seguintes questões norteadoras:

- Os Professores de Matemática tiveram, ao nível da utilização de jogos em contextos didácticos, alguma formação?
- A utilização de jogos como material didáctico é frequente nas Escolas portuguesas?
- Os Professores reconhecem que os jogos são um material didáctico adequado à aprendizagem da Matemática?
- Os jogos utilizados em contextos didácticos contribuem para a motivação e o sucesso escolar dos alunos?

A amostra

A nossa amostra é maioritariamente constituída pelo sexo feminino.

A maioria dos inquiridos pertencia ao 2.º Ciclo do Ensino Básico.

Em termos etários a maioria tinha mais de 40 anos.

Ciclo de Ensino

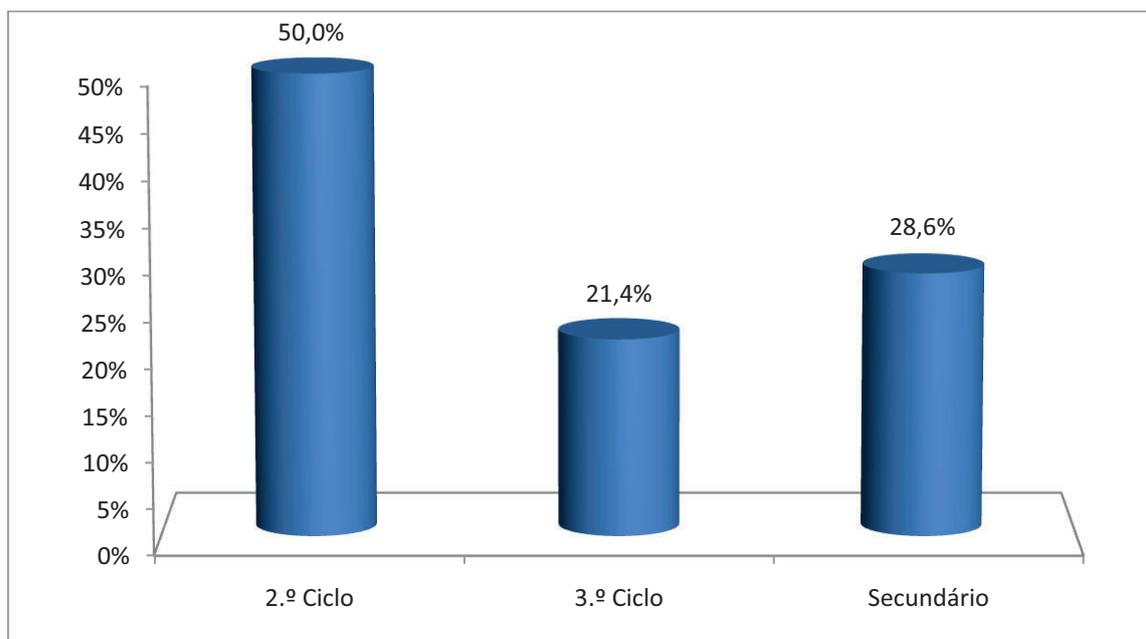


Gráfico 1 – Ciclo de ensino dos Professores

A maioria dos inquiridos pertencia ao 2.º Ciclo (50 %), seguindo-se os do Secundário (28,9 %) e finalmente os do 3.º Ciclo (21,4 %).

Sexo

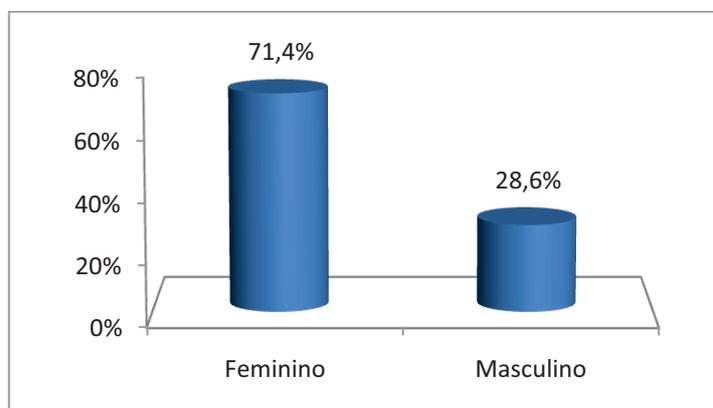


Gráfico 2 – Sexo dos inquiridos

A maioria dos inquiridos (71,4 %) era constituída por elementos do sexo feminino. Portanto a amostra era maioritariamente constituída por Professoras, sendo o 2.º Ciclo o mais representado.

Grupos etários

Na distribuição etária dos Professores predominavam os maiores de 40 anos.

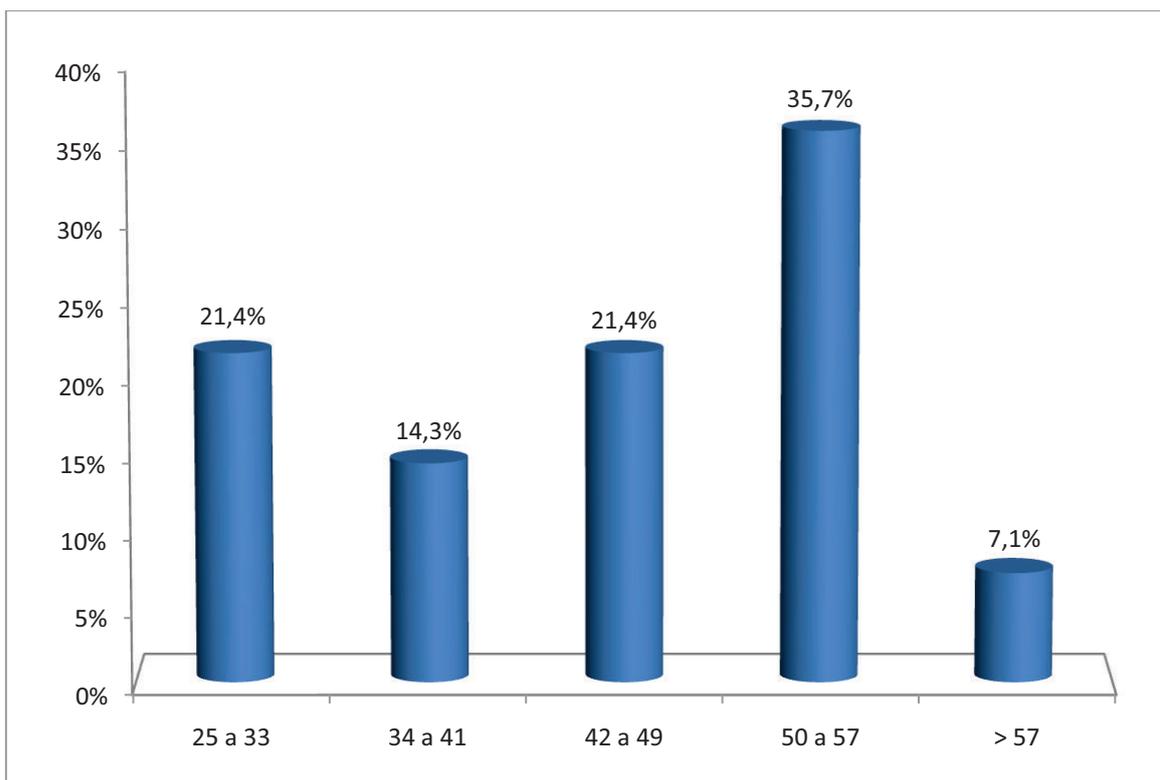


Gráfico 3 – Grupos etários dos inquiridos

O grupo etário mais representado era o dos 50 a 57 anos com 35,7 % dos inquiridos. Seguiam-se os grupos dos 25 a 33 e dos 42 a 49 anos, ambos com 21,4 % dos inquiridos.

Finalmente o grupo dos 34 a 41 (com 14,3 %) e o grupo maiores de 57 anos (7,1 %).

Tipos de jogos abordados na formação dos Professores

Não é frequente os professores, ao longo da sua formação, terem formação específica no domínio da utilização dos jogos na aprendizagem da Matemática.

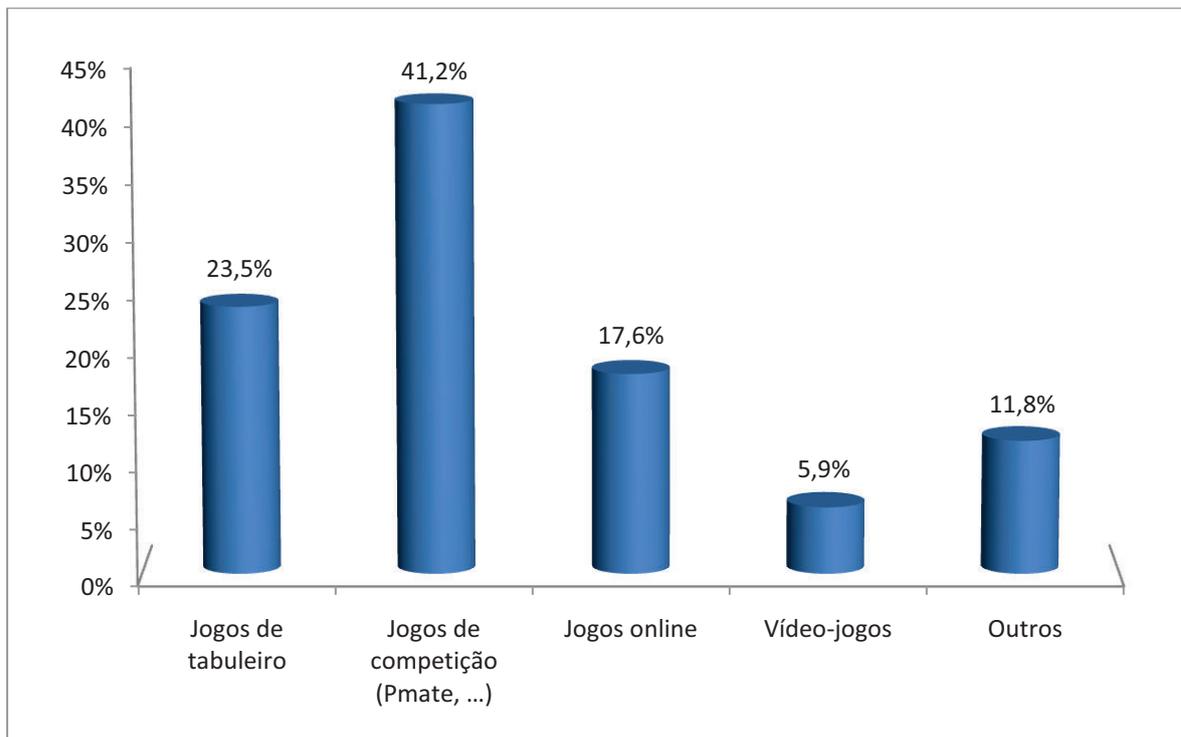


Gráfico 4 – Tipos de jogos abordados na formação dos Professores

Dos professores que tiveram alguma experiência com a utilização de jogos para o ensino da Matemática durante a sua formação, a maioria foi com jogos de competição (41,2 %), seguindo-se os chamados jogos de tabuleiro (23,5 %).

Utilização de jogos nas actividades lectivas

Dada a escassa formação dos Professores no domínio da utilização de jogos no processo de ensino-aprendizagem da Matemática não será de estranhar a pouca utilização dessa ferramenta pedagógica nas suas actividades lectivas.

Mesmo assim pouco mais de um quarto dos inquiridos é que declarou nunca ter utilizado qualquer tipo de jogos nas suas actividades lectivas.

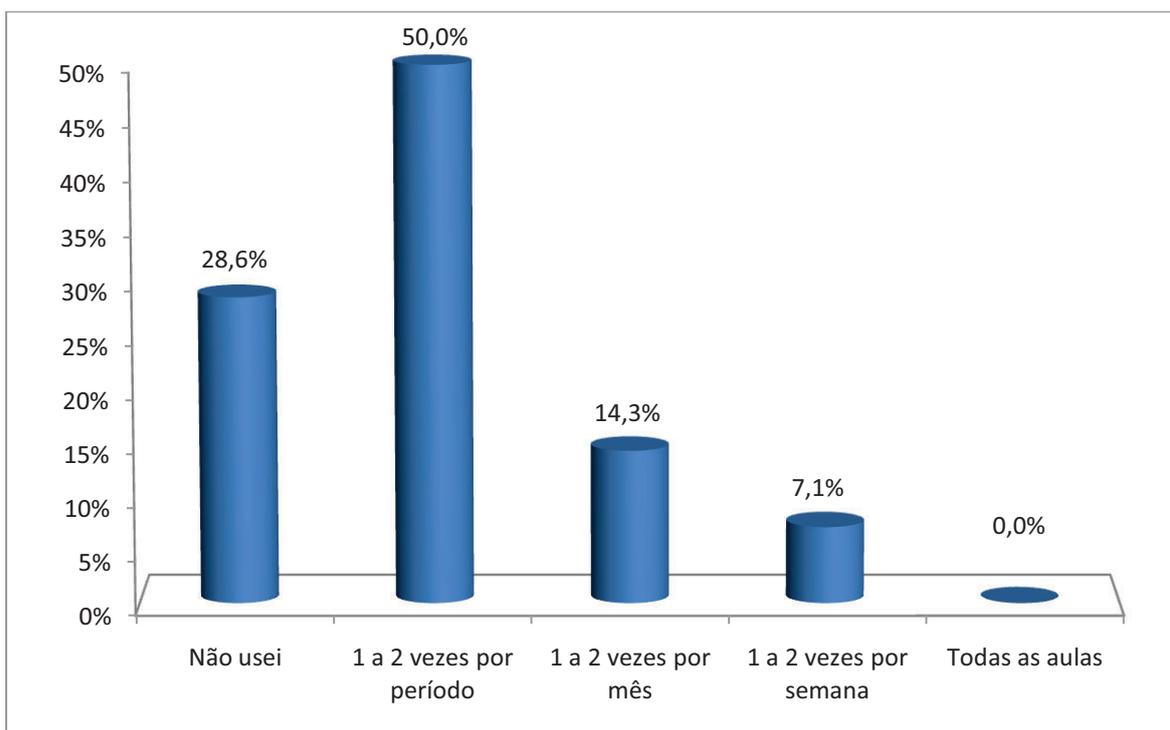


Gráfico 5 – Frequência da utilização de jogos nas actividades lectivas

Como podemos verificar metade dos inquiridos utilizou os jogos em algum tipo de actividade lectiva, uma a duas vezes por período lectivo.

Há ainda uma percentagem significativa de inquiridos (28,6 %) que não utilizou qualquer tipo de jogo durante o ano lectivo anterior.

Aqueles que declararam fazer um uso mais frequente dos jogos assumem valores pouco significativos:

- 14,3 % utilizaram os jogos uma a duas vezes por mês;
- 7,1 % utilizaram os jogos uma a duas vezes por semana.

Utilização de jogos e idade dos Docentes

Pensamos também que poderia ser interessante cruzar os dados da frequência da utilização de dados com a idade dos Docentes, para saber até que ponto o factor idade influencia ou não a maior ou menor utilização dos jogos como estratégia de aprendizagem.

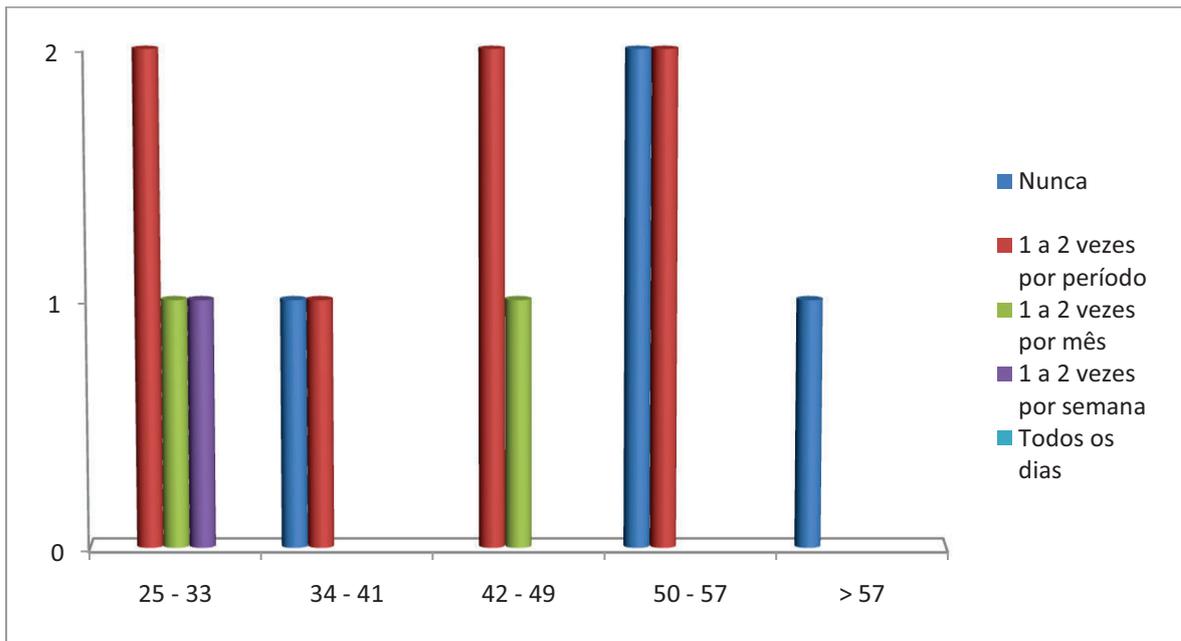


Gráfico 6 – Idade dos Docentes e utilização de jogos

Apesar de, como referimos no princípio da nossa investigação, a amostra não ser suficientemente significativa para podermos generalizar as conclusões para o universo em causa (os Professores dos Ensinos Básico e Secundário portugueses), podemos concluir que há efectivamente uma correlação negativa (NEVES, 2010) entre o grupo etário dos Professores e a frequência da utilização dos jogos: quanto maior é o grupo etário menor é a frequência da utilização de jogos.

Efectivamente o grupo etário que manifestou uma maior frequência de utilização dos jogos foi o grupo mais jovem (25 a 33 anos) com uma utilização de pelo menos uma a duas vezes por período e o único inquirido que nunca tinha utilizado os jogos como material didáctico pertencia ao escalão etário mais elevado (mais de 57 anos).

Podemos pois concluir que, na amostra inquirida, os Professores mais jovens têm uma maior predisposição para a utilização dos jogos como material didáctico.

Áreas da Matemática que mais beneficiam dos jogos

Consideramos depois quatro grandes áreas da Matemática (Números e Cálculo, Geometria, Álgebra e Funções e Estatística) para saber, na opinião dos inquiridos, qual delas tiraria mais proveito da utilização dos jogos.

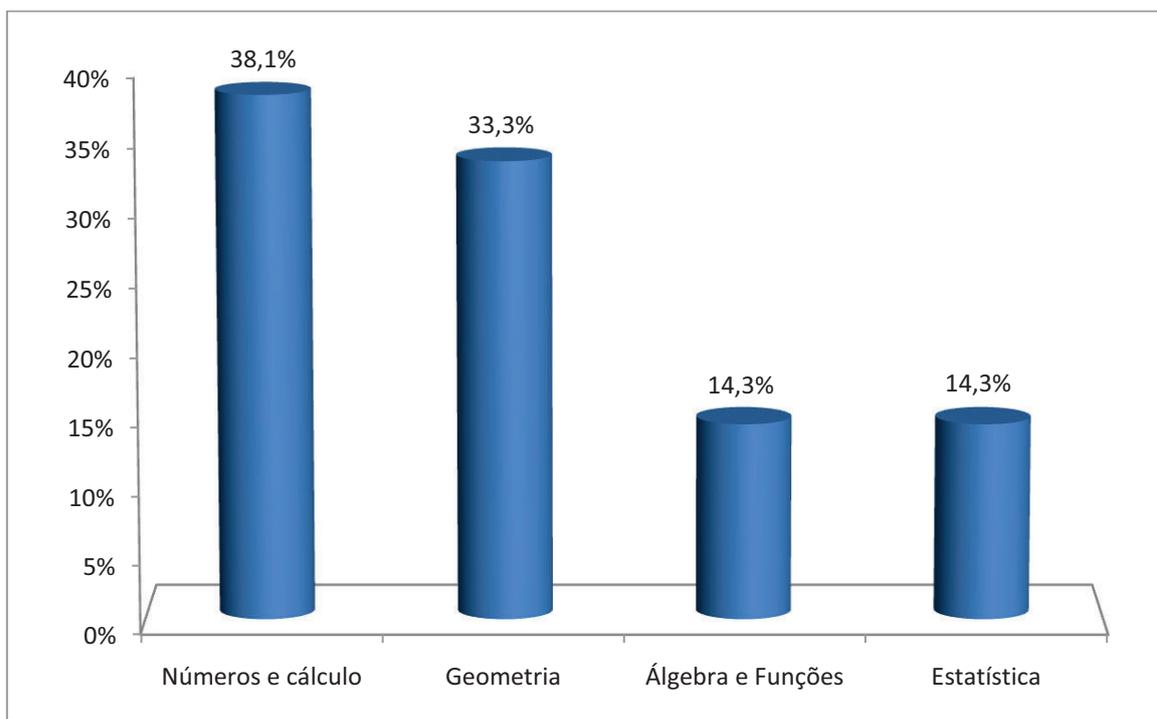


Gráfico 7 – Áreas da Matemática que mais beneficiam da utilização dos jogos

Com alguma surpresa nossa verificamos que, na opinião dos inquiridos, a área que mais beneficia com a utilização dos jogos é a de Números e Cálculo (38,1 %), logo seguida da Geometria (33,3 %).

Este predomínio da área de Números e Cálculo talvez se possa explicar pelo facto de nas Escolas haver uma grande utilização de competições, que não são propriamente jogos, tais como o Pmate (Universidade de Aveiro) e o Canguru (Universidade de Coimbra) que não são mais do que testes de escolha múltipla a que os alunos têm de responder num determinado tempo limite.

Por outro lado são bastante usados os jogos de cálculo que abordamos neste trabalho (Jogo do 24 e Supertmatik), jogos que visam testar as competências de cálculo dos alunos. Esta poderá ser, pois, a razão pela qual a maioria dos Professores inquiridos associa a utilização dos jogos à área de Números e Cálculo.

Adequação dos jogos à aprendizagem

Questionamos também os Professores sobre um estereótipo bastante generalizado segundo o qual “os jogos matemáticos não são um material didáctico adequado para a aprendizagem da Matemática”.

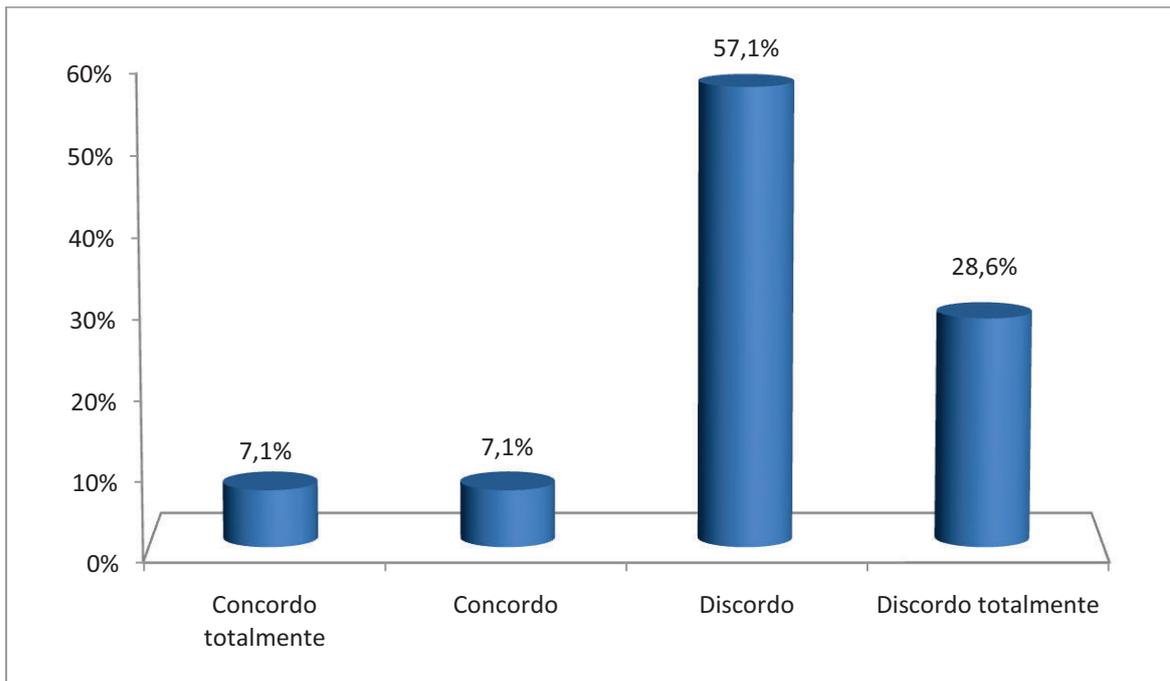


Gráfico 8 – Os jogos matemáticos não são um material didáctico adequado

Verificamos que a maioria dos inquiridos (57,1 %) discorda de que os jogos não sejam um material didáctico adequado para a aprendizagem.

Constatamos ainda que mais de um quarto dos inquiridos (28,6 %) discorda totalmente dessa opinião. Verifica-se portanto que uma esmagadora maioria (85,7 %) discorda de que os jogos não sejam um material didáctico adequado e, portanto, considera que os jogos são adequados à aprendizagem da Matemática.

Se cruzarmos estes dados com os da utilização de jogos (Gráfico 4) poderemos concluir que, entre os inquiridos, há uma larga maioria (cerca de três quartos) que considera os jogos um material didáctico adequado à aprendizagem da Matemática e utiliza mesmo os jogos com alguma frequência nas suas actividades lectivas.

Motivação dos alunos através dos jogos

Quisemos também saber se os Professores inquiridos consideravam que os jogos são um elemento motivador para a aprendizagem dos alunos.

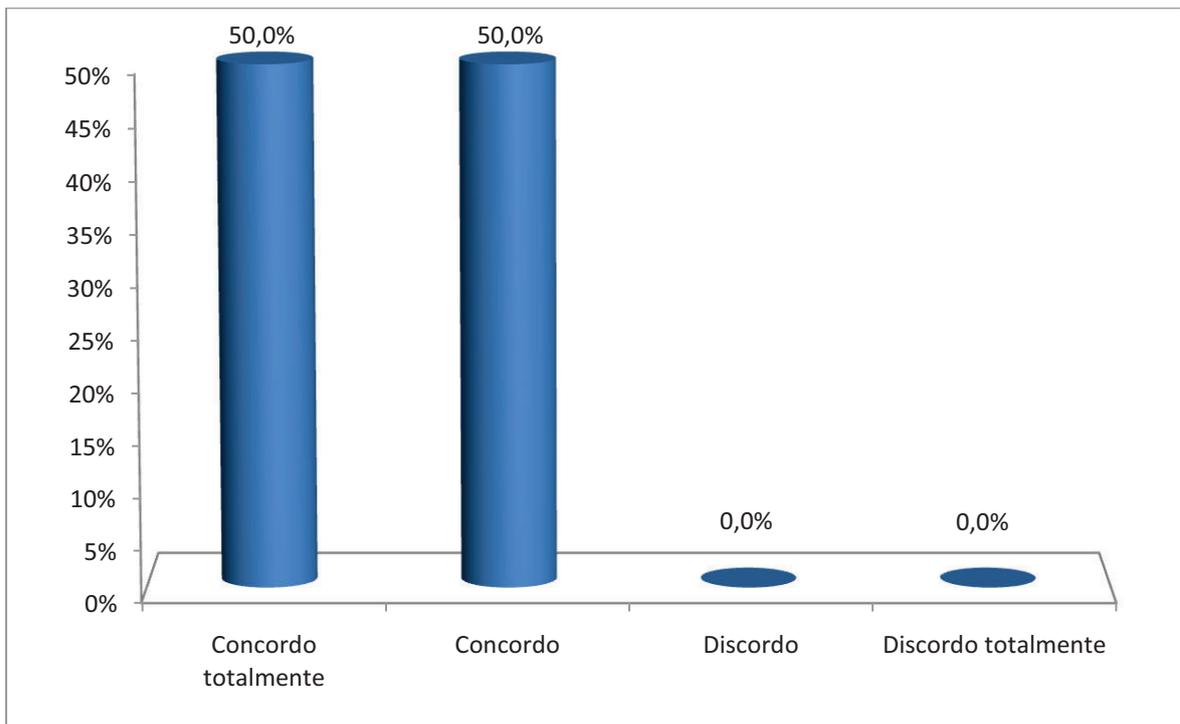


Gráfico 9 – Motivação dos alunos

Como podemos verificar a totalidade dos inquiridos concorda que a utilização dos jogos como material didáctico na aprendizagem da Matemática é um factor motivador para os alunos.

Apesar de todos concordarem com o contributo dos jogos para a motivação dos alunos, nem todos utilizam jogos como já vimos (Gráfico 4). Faltou saber porque não o fazem: for falta de meios na escola, por falta de formação, por falta de tempo dada a extensão dos programas a leccionar ou outros motivos.

Por outro lado a sua utilização, para além da motivação, pode ter outros objectivos: assimilação de conteúdos, incentivo dos alunos em aulas de apoio, no âmbito dos Clubes de Matemática ou outros.

Contributo para o sucesso dos alunos

Quisemos finalmente saber se os inquiridos consideravam a utilização dos jogos contribuíam ou não para o sucesso escolar dos alunos na disciplina de Matemática.

Os resultados obtidos não deixam margem para dúvidas.

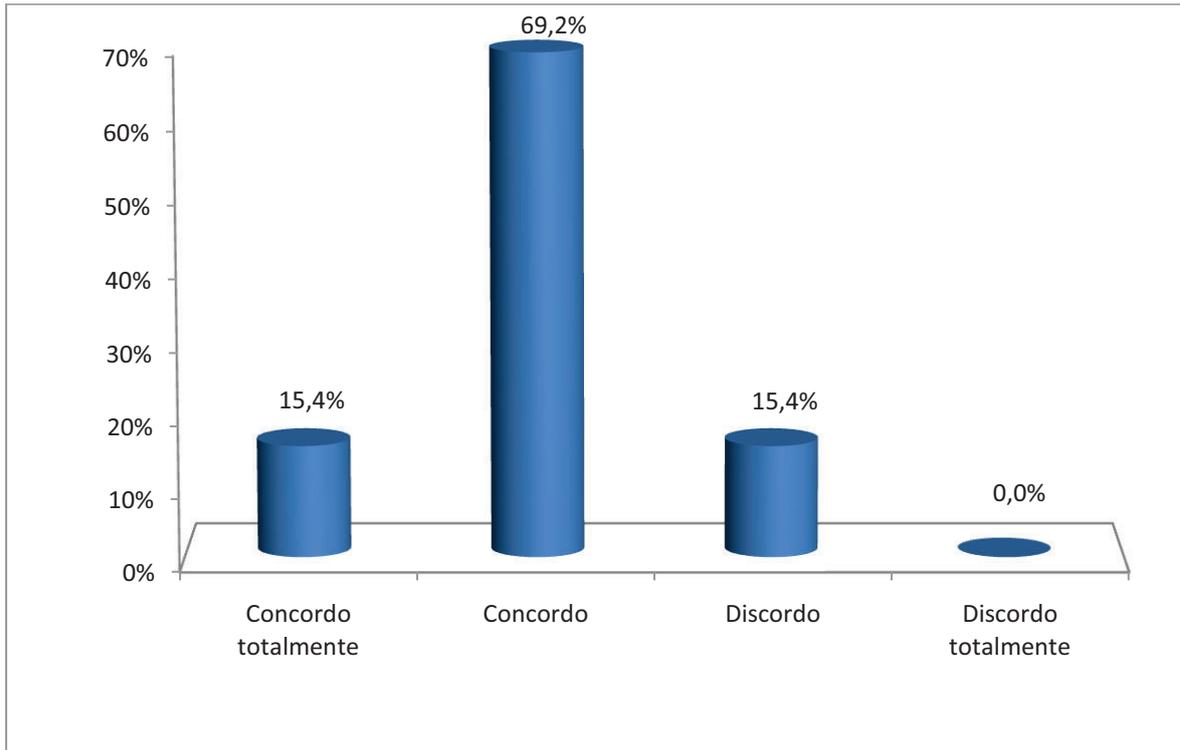


Gráfico 10 – Os jogos e o sucesso escolar

A esmagadora maioria dos inquiridos (cerca de 85 %) concorda que a utilização dos jogos como material didáctico contribui para o sucesso escolar dos alunos.

No entanto, para uma melhor fundamentação desta opinião, seria necessário cruzar dados sobre a avaliação de um grupo de alunos antes e depois da utilização regular de jogos como material didáctico de aprendizagem da Matemática. Só assim seria possível fundamentar esta opinião.

Conclusões gerais da investigação

Como síntese das conclusões da investigação poderíamos referir:

- A amostra usada não é suficientemente representativa para podermos validar as conclusões para o universo dos Professores portugueses dos Ensinos Básico e secundário;
- A amostra era maioritariamente constituída por professoras e do 2.º Ciclo do Ensino Básico;
- O tipo de jogos com que os Professores tinham tido mais contacto durante a formação eram sobretudo jogos de competição (tipo Pmate);
- Metade dos inquiridos tinha usado jogos como material didáctico uma a duas vezes por período no ano lectivo anterior;
- Existe uma correlação negativa entre o grupo etário dos Professores inquiridos e a frequência da utilização de jogos: quanto maior é a idade menor era a frequência da utilização de jogos;
- As áreas da Matemática que mais beneficiam com a utilização de jogos são Números e Cálculo logo seguida da Geometria;
- Mais de três quartos dos inquiridos discorda do estereótipo de que “*os jogos matemáticos não são um material didáctico adequado para a aprendizagem da Matemática*”.
- Todos os inquiridos concordam que os jogos são um factor de motivação dos alunos;
- Mais de três quartos dos inquiridos concorda que os jogos contribuem para o sucesso escolar dos alunos.

Constatamos assim que a maioria das nossas questões norteadoras foram confirmadas pelo nosso estudo, com excepção do estereótipo que diz que “*os jogos matemáticos não são um material didáctico adequado para a aprendizagem da Matemática*”. Neste caso mais de três quartos dos inquiridos discorda.

Concluimos por isso que a maioria dos inquiridos considera que os jogos são um material didáctico adequado à aprendizagem matemática, que contribuem para a motivação e o sucesso escolar dos alunos, mas faz uma utilização pouco frequente desse material nas suas práticas pedagógicas diárias.

Considerações finais

A história do jogo confunde-se com a História do próprio Homem.

No entanto, pelo seu carácter lúdico, nunca foi objecto de grande investigação científica. Só nos sécs. XIX e XX, com o desenvolvimento das Ciências Sociais, sobretudo a Psicologia e a Sociologia, foi possível alguma abordagem a esta temática.

Na Psicologia surgiram várias correntes no sentido de explicar a importância dos jogos no desenvolvimento das crianças:

- A *behaviorista*, que procura relacionar os jogos com o comportamento das crianças;
- A *psicanalista* que estuda a função simbólica dos jogos e o seu papel nas fantasias das crianças;
- A *cognitivista* que procura estudar as influências dos jogos no desenvolvimento mental das crianças.

Dado o objectivo deste trabalho e a composição etária da nossa amostra, pareceu-nos mais adequado inserir o nosso estudo na última corrente.

Como referimos no início da nossa investigação pretendíamos confirmar algumas questões norteadoras:

- Os Professores de Matemática tiveram, ao nível da utilização de jogos em contextos didácticos, alguma formação?
- A utilização de jogos como material didáctico é frequente nas Escolas portuguesas?
- Os Professores reconhecem que os jogos são um material didáctico adequado à aprendizagem da Matemática?
- Os jogos utilizados em contextos didácticos contribuem para a motivação e o sucesso escolar dos alunos?

Constatamos que a maioria das nossas questões norteadoras foram confirmadas pelo nosso estudo, com excepção do estereótipo que diz que “*os jogos matemáticos não são um material didáctico adequado para a aprendizagem da Matemática*”. Neste caso mais de três quartos dos inquiridos discorda.

Concluimos que a maioria dos inquiridos considera os jogos um material didáctico adequado à aprendizagem matemática, que contribuem para a motivação e o sucesso escolar dos alunos, mas faz uma utilização pouco frequente desse material nas suas práticas pedagógicas diárias.

Foi muito interessante realizar este trabalho sobre a importância dos jogos no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Possibilitou-nos conhecer alguns jogos e rever outros que já conhecíamos.

Esta Pós Graduação permitiu-nos adquirir novas competências na produção de objectos de aprendizagem que podemos usar com os nossos alunos: desde objectos interactivos animados (Scratch), passando por objectos interactivos multimédia (LIM e Ardora) até à produção de unidades de aprendizagem com diversos tipos de actividades e conteúdos (editor eXe).

Permitiu-nos também em colaboração com o Departamento de Matemática da Escola pôr essas competências ao serviço dos alunos: criação da Oficina de Matemática e do Centro de Recursos dentro do Moodle da Escola.

A investigação que levamos a cabo com recurso a um inquérito fechado no sentido de saber a opinião dos Professores sobre a problemática da utilização dos jogos no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, foi também interessante e proveitosa. No entanto não conseguimos, em tempo útil, usar uma amostra suficientemente representativa que permitisse validar as nossas conclusões para o universo dos Professores dos Ensinos Básico e Secundário.

Entendemos que a utilização de jogos na aula de Matemática como facilitadores da aprendizagem da disciplina poderá levar a uma atitude mais favorável dos docentes em relação a este recurso, mas sem esquecer as finalidades do ensino desta disciplina (DEB, 1991). Para isso devem ter em conta os seguintes objectivos:

- *desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como a memória, o rigor, o espírito crítico e criatividade;*
- *desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática como instrumento de interpretação e de intervenção no real;*
- *facultar as capacidades de aprender a aprender e condições que despertem o gosto pela aprendizagem permanente;*
- *promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação.*

É possível melhorar a aprendizagem e os resultados da disciplina de Matemática com objectos de aprendizagem mais apelativos, interactivos e de acordo com os ritmos próprios de aprendizagem de cada aluno.

A utilização de jogos, com as possibilidades abertas pela sua utilização online, constitui uma excelente oportunidade para os alunos estimularem o raciocínio, o cálculo, a motivação e o sucesso nesta disciplina.

Consideramos que uma maior incidência na sua importância na formação inicial dos Professores e a disponibilização de recursos adequados à sua utilização nas Escolas seria uma forma de ultrapassar alguma resistência que existe da parte de alguns docentes na sua utilização.

As limitações apontadas à reduzida dimensão da amostra usada não nos permitiram inferir resultados que fossem validados para o universo dos Professores dos Ensinos Básico e Secundário. Seria pois interessante alargar este estudo a outros Professores e aos Alunos para validar de forma sustentada as conclusões a que agora chegamos.

Bibliografia

- ABRANTES, M. L. (2004). *A Teoria dos Jogos e os Oligopólios*. Lisboa: Faculdade de Direito.
- DEB. (1991). *Currículo Nacional do Ensino Básico - Competências Essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação.
- DGIDC. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- FRIEDMAN, T. L. (2005). *O Mundo é Plano*. Lisboa: Actual Editora.
- GRANDO, R. C. (2001). *O jogo na educação: aspectos didáctico-metodológicos do jogo na educação matemática*. Campinas: Unicamp.
- KOLMOS, A. (1996). Reflections on Project Work and Problem Based Learning. *European Journal of Engineering Education*, Vol. 21, n.º 2 .
- LEAL, A. C. (s/d). *Modelos de Ensino a Distância*. Aveiro: Centro de Competência da Universidade de Aveiro.
- MATHEMATICS, N. C. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- MOTA, P. C. (2009). *Jogos no Ensino da Matemática*. Porto: Universidade Portucalense.
- NEVES, M. A. (2010). *Matemática Aplicada às Ciências Sociais (11.º Ano)*. Porto: Porto Editora.

Sítios da Internet:

- <http://www.apm.pt/portal/index.php> - página da APM, Página da MPPO, activa em 02/02/10.
- www.appcpc.com/rogers.htm - Biografia de Carl Rogers, activo em 29/12/09.
- www.arvoredeproblemas.com/home.php?lingua=pt – Página da MPPO, activa em 02/02/10.
- <http://www.educalim.com/> - página da LIM, activa em 08/05/10.
- <http://exelearning.org/wiki> - página da eXe, activa em 05/05/10.
- <http://www.infopedia.pt/> - Infopédia, activa em 05/05/10.
- <http://ludicum.org/> - Página da Ludus, activa em 05/05/10.
- <http://www.mat.uc.pt/canguru/> - Página do Projecto Canguru, activa em 05/05/10.
- <http://nlvm.usu.edu/es/nav/vlibrary.html> - página da Biblioteca Virtual de Manipulativos da Universidade de Utah, activa em 08/05/10.
- <http://pmate2.ua.pt/> – Página do PmatE (U. Aveiro), activa em 05/05/10.
- <http://scratch.mit.edu/> - Página do Scratch, activa em 05/05/10.
- <http://tip.psychology.org/theories.html> - Teorias da aprendizagem, activo em 29/12/09.

http://wwmat.mat.fc.ul.pt/~jnsilva/Obidos/conversa_p.pdf - Jogos Matemáticos, activo em 10/01/10.

http://webardora.net/index_cas.htm - página da LIM, activa em 08/05/10.

Sítios de Jogos:

<http://www.brincar.pt/> - página de jogos online, activa em 08/05/10.

<http://www.clubpenguin.com/pt/> - página do Clube Penguin, activa em 08/05/10.

<http://www.coolmath.com/> - página de jogos, activa em 08/05/10.

<http://www.eudactica.com/eudactica.html> - página da Eudactica, fornecedora do jogo Supertmatik, activa em 11/05/10.

<http://festmat-tagus.ist.utl.pt/> - página do Festival de Jogos Matemáticos, activa em 08/05/10.

<http://ludicum.org/games/> - página da associação Ludus, activa em 08/05/10.

<http://www.mazeworks.com/home.htm> - página da Mazeworks, activa em 08/05/10.

<http://www.mycharades.com/> - página da desafios, activa em 08/05/10.

<http://www.ojogos.pt/jogos/matematica/matematica.html> - página de Ojogos, activa em 08/05/10.

<http://www.prof2000.pt/users/pjca/Jogos.html> - página pessoal de Paulo Almeida, activa em 08/05/10.

<http://puzzles.com.br/> - página de puzzles, página da desafios, activa em 08/05/10.

<http://www.sc.didaxis.pt/nm/jogos.htm> - Página de jogos da Didaxis, activa em 11/05/10.

<http://www.sitiodosmiudos.pt/matematica/> - página do Sítio da Matemática, activa em 08/05/10.

<http://vying.org/games/breakthrough/play> - página para jogar Avanço, activa em 09/05/10.

<http://www.websudoku.com/> - página de Sudoku, activa em 08/05/10.

Blogues:

<http://geometrias.blogspot.com/> - blogue Geometrias, activo em 08/05/10.

<http://ilusoesoptica.blogspot.com/> - blogue sobre Ilusões Ópticas, activo em 08/05/10.

<http://ludomath.blogspot.com/> - blogue de jogos matemáticos, activo em 09/05/10.

<http://matematica.over-blog.com/> - blogue Desafios Matemáticos, activo em 08/05/10.

<http://math4all.blogspot.com/> - blogue Math4all, activo em 08/05/10.

ANEXOS

QUESTIONÁRIO AOS PROFESSORES

O presente questionário pretende recolher dados sobre frequência, condições e modalidades de utilização dos jogos nas aulas de Matemática.

A sua participação é importante. Por favor responda a todas as questões.

Nota: Toda a informação aqui recolhida é rigorosamente confidencial.

1 – Ciclo a que pertence:

Assinale opção que lhe corresponde.

| | |
|--------------------------|------------|
| <input type="checkbox"/> | 1.º Ciclo |
| <input type="checkbox"/> | 2.º Ciclo |
| <input type="checkbox"/> | 3.º Ciclo |
| <input type="checkbox"/> | Secundário |

2 – Idade

Assinale o grupo etário que lhe corresponde

| | | | | | | | | | | | |
|--------------------------|------|--------------------------|---------|--------------------------|---------|--------------------------|---------|--------------------------|---------|--------------------------|------|
| <input type="checkbox"/> | < 25 | <input type="checkbox"/> | 25 - 33 | <input type="checkbox"/> | 34 - 41 | <input type="checkbox"/> | 42 - 49 | <input type="checkbox"/> | 50 – 57 | <input type="checkbox"/> | > 57 |
|--------------------------|------|--------------------------|---------|--------------------------|---------|--------------------------|---------|--------------------------|---------|--------------------------|------|

3 – Sexo.

Assinale a opção que lhe corresponde

| | | | |
|--------------------------|----------|--------------------------|-----------|
| <input type="checkbox"/> | Feminino | <input type="checkbox"/> | Masculino |
|--------------------------|----------|--------------------------|-----------|

4 – Na sua formação teve alguma experiência com a utilização de jogos para o ensino da Matemática?

Assinale a opção que lhe corresponde

| | | | |
|--------------------------|-----|--------------------------|-----|
| <input type="checkbox"/> | Sim | <input type="checkbox"/> | Não |
|--------------------------|-----|--------------------------|-----|

4.1. Se sim, que tipo?

Assinale a opção mais usada:

| | |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | Jogos de tabuleiro |
| <input type="checkbox"/> | Jogos de competição (Pmate, Canguru, ...) |
| <input type="checkbox"/> | Jogos online |
| <input type="checkbox"/> | Video-jogos |
| <input type="checkbox"/> | Outros |

5 - Utilização de jogos matemáticos na sala de aula no ano anterior:

Assinale a situação que mais se aproxima da sua experiência:

| | |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | Não usei |
| <input type="checkbox"/> | Usei entre uma a duas vezes por período |
| <input type="checkbox"/> | Usei entre uma a duas vezes por mês |
| <input type="checkbox"/> | Usei entre uma a duas vezes por semana |
| <input type="checkbox"/> | Usei todos os dias |

6 - Utilização dos jogos matemáticos em actividades lectivas durante o período de execução deste projecto (este ano lectivo):

Assinale a opção que mais se aproxima da sua situação actual:

| | |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | Não usei |
| <input type="checkbox"/> | Usei entre uma a duas vezes por período |
| <input type="checkbox"/> | Usei entre uma a duas vezes por mês |
| <input type="checkbox"/> | Usei entre uma a duas vezes por semana |
| <input type="checkbox"/> | Usei todos os dias |

7 - Modos de organização dos alunos e do trabalho educativo nas aulas com utilização de jogos matemáticos.

Assinale para cada tipo de actividades, a opção que mais se aproxima da sua situação considerando a seguinte escala:

1- Nunca; 2- Poucas vezes; 3- Às vezes; 4- Muitas vezes; 5- Sempre.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| O jogo é usado de forma individual pelos alunos | | | | | |
| O jogo é usado por pares de alunos | | | | | |
| O jogo é usado por um pequeno grupo de alunos | | | | | |
| O jogo é usado para trabalho de turma | | | | | |

8 - Estratégias de ensino e aprendizagem adoptadas nas aulas em que os jogos são usados pelos professores e/ou alunos.

Assinale a frequência de utilização dos jogos, considerando a seguinte escala:

1- Nunca; 2- Poucas vezes; 3- Às vezes; 4- Muitas vezes; 5- Sempre

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Exposição / Apresentação | | | | | |
| Demonstração | | | | | |
| Resolução de actividades / exercícios / problemas | | | | | |
| Trabalho de grupo | | | | | |
| Trabalho individual | | | | | |
| Outras estratégias | | | | | |

9 - Utilização dos jogos matemáticos na realização de actividades não lectivas.

Assinale para cada actividade, a frequência de utilização considerando a seguinte escala:

1- Nunca; 2- Poucas vezes; 3- Às vezes; 4- Muitas vezes; 5- Sempre

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Produção de conteúdos e materiais didácticos | | | | | |
| Assimilação de conteúdos matemáticos | | | | | |
| Estratégia para incentivar os alunos nas aulas de apoio | | | | | |
| Clube de Matemática | | | | | |
| Outras. Especifique: | | | | | |

10 – Em que área da Matemática lhe parece mais vantajosa a utilização dos jogos?

| | |
|--------------------------|-------------------|
| <input type="checkbox"/> | Números e cálculo |
| <input type="checkbox"/> | Geometria |
| <input type="checkbox"/> | Álgebra e Funções |
| <input type="checkbox"/> | Estatística |

11- Opiniões.

Assinale a sua percepção acerca do nível de impacto do uso educativo dos jogos na escola em relação a cada um dos itens a seguir apresentados, considerando a seguinte escala:

CT- Concordo totalmente; C- Concordo; D- Discordo; DT- Discordo totalmente

| | CT | C | D | DT |
|---|----|---|---|----|
| A utilização de jogos torna o comportamento dos alunos mais “perturbador” | | | | |
| Os jogos facilitam a transmissão de conceitos | | | | |

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| A utilização dos jogos matemáticos favorece a comunicação entre alunos | | | | |
| Os jogos matemáticos não são um material didático adequado para a aprendizagem da Matemática | | | | |
| A utilização de jogos motiva os alunos | | | | |
| A utilização de jogos obriga a um maior número de aulas por unidade temática | | | | |
| O jogo desvaloriza o papel do professor na aula | | | | |
| O jogo, na aula de Matemática, contribui para o sucesso escolar dos alunos | | | | |

Obrigado pela colaboração.